保密★启用前

准考证号_____姓名____

（在此卷上答题无效）

2027届高三11月诊断练习

数 学

2026.11

本试卷共4页，19小题，考试时间120分钟，总分150分。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．设集合$A=\{x|x^3=x\}$，$B=\{y|y=\cos x\pm 1\}$，则$A\cap B=$

A.$\{0,1\}$　　B.$\{1\}$　　C.$\{-1,0,1\}$　　D.$\{-1,0,1,2\}$

2．已知非零向量a，b，则“$|a+b|=|a-b|$”是“$a\perp b$”的

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

3．已知地震释放的能量E（单位：焦耳）与里氏震级M满足$\lg E=4.8+1.5M$，记里氏2.0级与1.0级地震释放的能量分别为E_1，E_2，则$\dfrac{E_1}{E_2}=$

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$10\sqrt{10}$　　D．100

4．记等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$S_3=3m$，$S_5=-5m$，且$m\neq 0$，则$\{a_n\}$的公差为

A．m　　B．$-m$　　C．$2m$　　D．$-2m$

5．设a，$b>0$，若$a+\dfrac{1}{b}=1$，则$\dfrac{1}{a}+b$的最小值为

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

6．若$3^m + \log_3 m = 9^n + 2\log_9 n$，则

A．$m > 2n$　　B．$m < 2n$　　C．$m > n^2$　　D．$m < n^2$

7．设函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期为$T$，若$f(\frac{T}{3})=f(\frac{T}{2})$，则$\omega=$

A．$\frac{\pi}{3}$　　B．$-\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

8．已知某圆锥的轴截面是边长为3的正三角形，现有$n(n\in N^*$，且$n\geqslant 2)$个球心均在该圆锥的轴上的小球，球O_1与圆锥的侧面和底面均相切，球O_i与圆锥的侧面相切，且球O_i和球O_{i-1}外切$(i\in N^*$，且$2\leqslant i\leqslant n)$，记这n个小球的表面积之和为S_n，若不等式$S_n<\lambda$恒成立，则λ的最小值为

A．$\frac{9\pi}{4}$　　B．$\frac{27\pi}{8}$　　C．3π　　D．4π

二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．

9．已知a,b为实数，且$ab\neq 0$，若复数$z_1=a+bi$，$z_2=b+ai$，则下列结论一定正确的为（）

A．$|z_1|=|z_2|$

B．$z_1^2=z_2^2$

C．z_1+z_2不可能为纯虚数

D．z_1z_2为纯虚数

10．已知四棱锥$P-ABCD$，点E，F满足$\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{EP}$，$\overrightarrow{CF}=\lambda\overrightarrow{FD}$ $(\lambda>0)$，则下列条件中必定能确定$EF//$平面PAD的为

A．$BC//AD$

B．$AB//CD$

C．$AD//$平面PBC

D．$CD//$平面PAB

11．已知函数$f(x)=\sqrt{|x+m|}-\sqrt{|x|}(m>0)$，则

A．$f(x)$的图象为轴对称图形

B．$f(x)$在区间$(-m,0)$上单调递增

C．$f(x)>0$当且仅当$x>\frac{m}{2}$

D．存在平行四边形，其四个顶点均在$f(x)$的图象上

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．

12．已知角α的终边经过点$P(-1,2)$，则$\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=$_____．

13．若$x=-3$是函数$f(x)=(x+a)(x+2)(x+3)$的极值点，则$f(0)=$_____．

14．已知数列$\{a_n\}$：$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，$\frac{1}{8}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{7}{8}$，…，其中第1项为$\frac{1}{2}$，接下来的2项为$\frac{1}{4}$，$\frac{3}{4}$，接下来的4项为$\frac{1}{8}$，$\frac{3}{8}$，$\frac{5}{8}$，$\frac{7}{8}$，依此类推，设S_n为$\{a_n\}$的前n项和，若正整数m，$n(n\leqslant 2026)$满足$S_n=2^m$，则n的最大值为_____．

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（13分）

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$c\sin B+\sqrt{3}b\cos C=0$．

（1）求C；

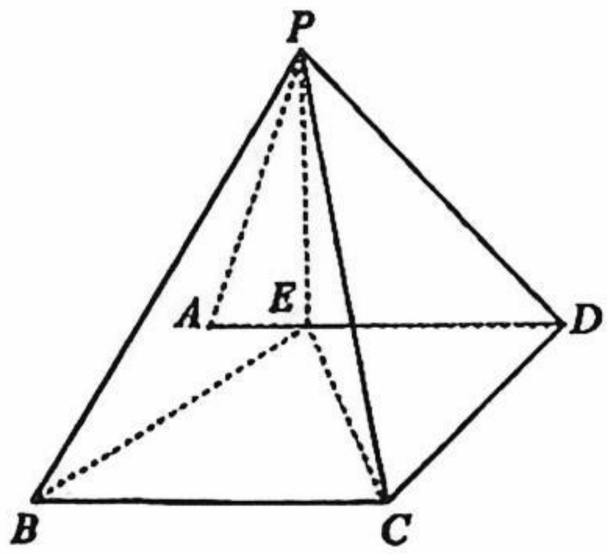
（2）若$\sqrt{3}(a+b)=2c$，且AB边上的高为1，求$\triangle ABC$的周长．

16．（15分）

如图，四棱锥$P-ABCD$的底面为矩形，$AB=\sqrt{2}$，$AD=3$，点E在棱AD上，$AE=1$，且$PE\perp$平面$ABCD$．

（1）证明：$CE\perp PB$；

（2）记平面PBC与平面PBE的夹角为α，若$\tan\alpha=2$，求PE．



（第16题图）

17.（15分）

已知函数$f(x)=\ln x+\frac{ax-a}{x}$.

（1）当$a=1$时，求曲线$y=f(x)$在$x=1$处的切线l的方程；

（2）若当$x\in(0,1)$时，$f(x)>0$，求a的取值范围.

18.（17分）

记S_n，T_n分别为数列$\{a_n\}$，$\{b_n\}$的前n项和，已知$a_n=3S_n+1$，$b_n=2a_n+1$.

（1）求$\{b_n\}$的通项公式；

（2）是否存在正实数λ，使得对任意正整数n，均有$n-\lambda<T_n<n$？若存在，求λ的取值范围；若不存在，说明理由；

（3）若存在$a\in\mathbf{R}$，使得对任意$n\in\mathbf{N}^*$，都有$|n-T_n-a|\leqslant t$，求t的最小值.

19.（17分）

若函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，且$f(x)>0$恒成立，则称$f(x)$为“正函数”. 当常数$c\in(0,+\infty)$时，定义集合$P_{f(c)}=\{x|f(x)f(c)\geqslant\frac{x+c}{2}\}$.

（1）设“正函数”$f(x)=\frac{1}{x}$，若$1\in P_{f(c)}$，求c的最大值；

（2）若函数$g(x)$与$h(x)$均为“正函数”，且$\forall t\in(0,+\infty)$，$P_{g(t)}=\{h(t)\}$.

（i）证明：$\forall x\in(0,+\infty)$，$h(h(x))=x$；

（ii）求出所有满足条件的“正函数”$g(x)$的解析式.

2027 届高三 11 月诊断练习
数学试题答案及评分参考

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	D	C	B	A	B

8．解析：

设 $\triangle ABC$ 为圆锥的轴截面，其中 A 为圆锥的顶点，

∵球 O_1 与圆锥的侧面和底面均相切，且 $BC=3$，

∴球 O_1 存在一个大圆 O_1 为 $\triangle ABC$ 的内切圆，且圆 O_1 的半径 r_1 为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∵球 O_i 与圆锥的侧面相切，且和球 O_{i-1} 外切，

∴球 O_2 存在一个大圆 O_2 与圆 O_1 外切，且与 AB， AC 相切，

不难知道圆 O_2 的半径 r_2 为 $\frac{\sqrt{3}}{6}$，由此可知数列 $\{r_n\}$ 为以 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 为首项，公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列，

$$\therefore S=4\pi\cdot(r_1^2+r_2^2+\cdots+r_n^2)=4\pi\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1-\frac{1}{9^n}}{1-\frac{1}{9}}=\frac{27\pi}{8}\cdot(1-\frac{1}{9^n})<\frac{27\pi}{8},$$

$\therefore\lambda$ 的最小值为 $\frac{27\pi}{8}$．

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

题号	9	10	11
答案	ACD	AC	BCD

11．解析：

考察选项 A，∵ $f(-m-x)=\sqrt{|-x|}-\sqrt{|-m-x|}=-f(x)$，

∴ $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{m}{2},0)$ 对称，

又 $f(x)$ 不是定值，∴ $f(x)$ 的图象不是轴对称图形，选项 A 错误；

考察选项 B，当 $x\in(-m,0)$ 时， $f(x)=\sqrt{x+m}-\sqrt{-x}$，

∵函数 $g(x)=\sqrt{x+m}$， $h(x)=-\sqrt{-x}$ 在区间 $(-m,0)$ 上均单调递增，

∴ $f(x)$ 在区间 $(-m,0)$ 上单调递增，选项 B 正确；

考察选项 C，$f(x)>0 \Leftrightarrow \sqrt{|x+m|}>\sqrt{|x|} \Leftrightarrow (x+m)^2>x^2 \Leftrightarrow x>-\frac{m}{2}$，选项 C 正确；

考察选项 D，$f(x)$ 的图象上显然存在 A，B 两点，使得 A，B，$M(-\frac{m}{2},0)$ 不共线，

因为 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{m}{2},0)$ 对称，

$\therefore A$，B 关于点 $(-\frac{m}{2},0)$ 的对称点 C，D 也在 $f(x)$ 的图象上，

∴四边形 $ABCD$ 为平行四边形，选项 D 正确；

综上所述，应选 BCD.

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．$-\frac{1}{3}$；　　13．18；　　14．1055.

14．解析：

将分母相同的项分组一组，则第 k 组共有 2^{k-1} 项，

则从第 1 组到第 k 组共有 $2^0+2^1+\cdots+2^{k-1}=2^k-1$ 项，

∴第 k 组所有项之和为 $S_{2^k-1}-S_{2^{k-1}-1}=\frac{1+3+\cdots+2^k-1}{2^k}=2^{k-2}$，$k\geq 2$，

易知第 1 组的和为 $\frac{1}{2}$，亦符合 2^{k-2}，

$\therefore S_{2^k-1}=S_1+S_3-S_1+\cdots+S_{2^k-1}-S_{2^{k-1}-1}=\frac{1}{2}+1+\cdots+2^{k-2}=\frac{\frac{1}{2}(1-2^k)}{1-2}=\frac{1}{2}(2^k-1)$，

显然 $n=2^k-1$ 不满足题意，不妨设 a_n 为第 $k+1$ 组的第 i 个数，

$\therefore S_n=\frac{1}{2}(2^k-1)+\frac{1+3+\cdots+2i-1}{2^{k+1}}=2^{k-1}+\frac{i^2}{2^{k+1}}-\frac{1}{2}$，

若 $S_n=2^m$，则只需 $\frac{i^2}{2^{k+1}}=\frac{1}{2}$，即 $i=2^{\frac{k}{2}}$，

∴k 为偶数，且 $n=2^k-1+2^{\frac{k}{2}}$，$m=k-1$，

令 $n=2^k-1+2^{\frac{k}{2}}\leq 2026$，解得 $k\leq 10$，

当 $k=10$ 时，$n=2^{10}-1+2^5=1055$，$\therefore n$ 的最大值为 1055.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．（13 分）

解：（1）由正弦定理，得 $\sin C\sin B+\sqrt{3}\sin B\cos C=0$，……2 分

$\because B\in(0,\pi)$，$\therefore \sin B>0$，　$\therefore \sin C+\sqrt{3}\cos C=0$，$\therefore \tan C=-\sqrt{3}$，……4 分

$\because C\in(0,\pi)$，$\therefore C=\dfrac{2\pi}{3}$． ……6 分

（2）由（1）及余弦定理，得 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=-\dfrac{1}{2}$， ……7 分

$\therefore c^2=a^2+b^2+ab$，

又$\because \sqrt{3}(a+b)=2c$，即 $c^2=\dfrac{3(a+b)^2}{4}$，

代入 $c^2=a^2+b^2+ab$，得 $a^2-2ab+b^2=0$，即 $a=b$， ……9 分

易知 $c=\sqrt{3}a=\sqrt{3}b$， ……10 分

$\because AB$ 边上的高为1，$\therefore S=\dfrac{1}{2}c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，

又$\because S=\dfrac{1}{2}ab\sin\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$，$\therefore \dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$，解得 $a=2$， ……12 分

$\therefore b=2$，$c=2\sqrt{3}$，

$\therefore \triangle ABC$ 的周长为 $4+2\sqrt{3}$． ……13 分

16.（15 分）

解：（1）由题意，$\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{DE}{CD}=\sqrt{2}$，$\angle BAE=\angle EDC=90°$，

$\therefore \triangle BAE\sim\triangle EDC$，则 $BE\perp CE$， ……2 分

$\because PE\perp$ 平面 $ABCD$，$CE\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore PE\perp CE$， ……4 分

又 $BE\cap PE=E$，BE，$PE\subset$ 平面 PBE，$\therefore CE\perp$ 平面 PBE， ……5 分

又 $PB\subset$ 平面 PBE，$\therefore CE\perp PB$． ……6 分

（2）方法一：由(1)得，$BE\perp CE$，$PE\perp$ 平面 $ABCD$，

如图，以 E 为原点，$\overrightarrow{EB}$，$\overrightarrow{EC}$，$\overrightarrow{EP}$ 的方向为 x 轴，y 轴，z 轴的正方向，

建立空间直角坐标系，

由题意，$BE=\sqrt{3}$，$CE=\sqrt{6}$，$\therefore B(\sqrt{3},0,0)$，$C(0,\sqrt{6},0)$，设 $P(0,0,a)$，

$\therefore \overrightarrow{BC}=(-\sqrt{3},\sqrt{6},0)$，$\overrightarrow{PB}=(\sqrt{3},0,-a)$， ……8 分

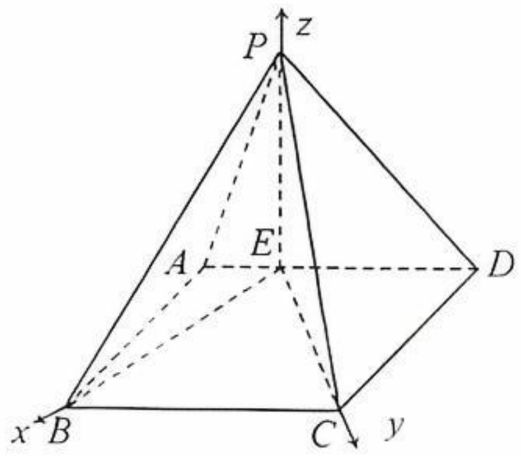
易知平面 PBE 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(0,1,0)$， ……9 分

设平面 PBC 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，

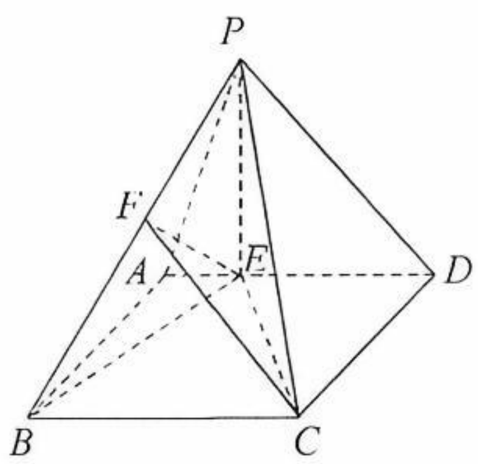
$$\therefore \begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\end{cases}\therefore \begin{cases}-\sqrt{3}x+\sqrt{6}y=0,\\ \sqrt{3}x-az=0,\end{cases}$$ 令 $z=\sqrt{6}$，得 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2}a,a,\sqrt{6})$， ……11 分

$$\therefore \cos\alpha=\frac{|\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\frac{a}{\sqrt{3a^2+6}}=\frac{1}{\sqrt{5}},$$ ……13 分

解得 $a=\sqrt{3}$，$\therefore PE=\sqrt{3}$． ……15 分



（方法一）



（方法二）

方法二：如图，过 E 作 $EF \perp PB$，垂足为 F，连接 CF，

由（1）得，$CE \perp PB$，又 $CE \cap EF = E$，

$\therefore PB \perp$ 平面 CEF，$\therefore PB \perp CF$，$\therefore \alpha = \angle CFE$，……8 分

$\therefore \dfrac{CE}{EF} = \tan \angle CFE = 2$，…… 10 分

由题意，$CE = \sqrt{6}$，$\therefore EF = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$，…… 12 分

由题意，$BE = \sqrt{3}$，$\therefore \sin \angle PBE = \dfrac{EF}{BE} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$，则 $\angle PBE = 45°$，…… 14 分

$\therefore PE = BE = \sqrt{3}$．…… 15 分

17.（15 分）

解：（1）$f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，当 $a=1$ 时，$f(x) = \ln x - \dfrac{1}{x} + 1$，……1 分

易知 $f(1) = 0$，$f'(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$，$f'(1) = 2$，……4 分

$\therefore$ 切线 l 的方程为 $y = 2(x-1)$，即 $2x - y - 2 = 0$，

$\therefore l$ 的方程为 $2x - y - 2 = 0$．……6 分

（2）易知 $f'(x) = \dfrac{x+a}{x^2}$，

令 $x + a = 0$，得 $x = -a$，……8 分

若 $a \le -1$，当 $x \in (0,1)$ 时，$f'(x) < 0$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减，

$\therefore f(x) > f(1) = 0$，满足题意，…… 10 分

若 $-1 < a < 0$，当 $x \in (0,-a)$ 时，$f'(x) < 0$，当 $x \in (-a,1)$ 时，$f'(x) > 0$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,-a)$ 单调递减，在 $(-a,1)$ 单调递增，

$\therefore f(-a) < f(1) = 0$，不满足题意，…… 12 分

若 $a \ge 0$，当 $x \in (0,1)$ 时，$f'(x) > 0$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递增，

$\therefore f(\dfrac{1}{2}) < f(1) = 0$，不满足题意，…… 14 分

综上所述，a 的取值范围为$(-\infty,-1]$. ……15 分

18.（17 分）

解：（1）当$n=1$时，$S_1=a_1$，代入$a_1=3S_1+1$，

得$a_1=3a_1+1$，解得$a_1=-\frac{1}{2}$，……1 分

当$n\geq 2$时，由题设分别有$a_n=3S_n+1$，$a_{n-1}=3S_{n-1}+1$，

两式相减，得$a_n-a_{n-1}=3\left(S_n-S_{n-1}\right)=3a_n$，……2 分

$\therefore a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}$，

$\therefore\{a_n\}$是首项为$-\frac{1}{2}$，公比为$-\frac{1}{2}$的等比数列，……3 分

$\therefore a_n=(-\frac{1}{2})^n$，$b_n=2(-\frac{1}{2})^n+1$. ……4 分

（2）$T_n=\sum_{k=1}^{n}[2(-\frac{1}{2})^k+1]=2\cdot\frac{-\frac{1}{2}[1-(-\frac{1}{2})^n]}{1+\frac{1}{2}}+n=-\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]+n$，……5 分

$\because n\geq 1$，$\therefore|(-\frac{1}{2})^n|\leq\frac{1}{2}<1$，从而$1-(-\frac{1}{2})^n>0$，

$\therefore T_n<n$对一切正整数n恒成立，……7 分

不难知道$n-\lambda<T_n$恒成立等价于$\lambda>n-T_n=\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]$恒成立，

当n为偶数时，$(-\frac{1}{2})^n=\frac{1}{2^n}$，$\therefore n-T_n=\frac{2}{3}(1-\frac{1}{2^n})<\frac{2}{3}<1$，……8 分

当n为奇数时，$n-T_n=\frac{2}{3}(1+\frac{1}{2^n})\leq\frac{2}{3}(1+\frac{1}{2})=1$，……9 分

当且仅当$n=1$时成立，由此可知$n-T_n$的最大值为 1，

综上所述，存在正实数λ符合题设，且其取值范围为$(1,+\infty)$. …… 10 分

（3）由(2)知，$T_n=n-\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]$,故$n-T_n=\frac{2}{3}[1-(-\frac{1}{2})^n]$，

当n为奇数时，$\frac{2}{3}<n-T_n\le 1$，

当n为偶数时，$\frac{1}{2}\le n-T_n<\frac{2}{3}$，

∴对任意正整数n，均有$\frac{1}{2}\le n-T_n\le 1$，……12分

且当$n=2$时，$n-T_n=1$，当$n=1$时，$n-T_n=\frac{1}{2}$.

设$|n-T_n-a|$的最大值为M，则$M=\begin{cases}|\frac{1}{2}-a|，a\ge\frac{3}{4},\\|1-a|，a<\frac{3}{4},\end{cases}$……15分

显然，当$a=\frac{3}{4}$时，M取得最小值$\frac{1}{4}$，

综上所述，t的最小值为$\frac{1}{4}$.……17分

19.（17分）

解：（1）$\because f(x)=\frac{1}{x}$，$x\in(0,+\infty)$，且$1\in P_{f(c)}$，

$\therefore f(1)f(c)\ge\frac{1+c}{2}$，且$c>0$，

$\therefore\frac{1}{c}\ge\frac{1+c}{2}$，且$c>0$，即$c^2+c-2\le 0$，且$c>0$，……2分

∵不等式$c^2+c-2\le 0$，即$(c-1)(c+2)\le 0$，

$\therefore -2\le c\le 1$，……3分

又$c>0$，$\therefore 0<c\le 1$，

$\therefore c$的最大值为1.……4分

（2）(i)$\because\forall t\in(0,+\infty)$，$P_{g(t)}=\{h(t)\}$，

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，关于 x 的不等式 $g(x)g(t) \geq \dfrac{x+t}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解 $x = h(t)$，

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，不等式 $g(h(t))g(t) \geq \dfrac{h(t)+t}{2}$ 恒成立，……6 分

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，关于 x 的不等式 $g(x)g(h(t)) \geq \dfrac{x+h(t)}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上有解 $x = t$，……7 分

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，$t \in P_{g(h(t))} = \{h(h(t))\}$，……8 分

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，$t = h(h(t))$，

$\therefore \forall x \in (0,+\infty)$，$h(h(x)) = x$．……9 分

(ii) 先证 $h(x) = x$，不妨假设 $\exists x_1$，$x_2 \in (0,+\infty)$，且 $h(x_1) = x_2 \neq x_1$，

由(i)可知 $h(x_2) = h(h(x_1)) = x_1$，

$\therefore P_{g(x_1)} = \{h(x_1)\} = \{x_2\}$，……10 分

$\therefore$关于 x 的不等式 $g(x)g(x_1) \geq \dfrac{x+x_1}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解 $x = x_2$，

$\therefore g(x_2)g(x_1) \geq \dfrac{x_2+x_1}{2}$，

$\because x_1 \notin P_{g(x_1)}$，

$\therefore g(x_1)g(x_1) < \dfrac{x_1+x_1}{2} = x_1$，即 $0 < g(x_1) < \sqrt{x_1}$，……11 分

又$\because P_{g(x_2)} = \{h(x_2)\} = \{x_1\} \neq \{x_2\}$，$\therefore x_2 \notin P_{g(x_2)}$，

$\therefore g(x_2)g(x_2) < \dfrac{x_2+x_2}{2} = x_2$，即 $0 < g(x_2) < \sqrt{x_2}$，

$\therefore 0 < g(x_1)g(x_2) < \sqrt{x_1x_2} < \dfrac{x_1+x_2}{2}$，这与 $g(x_2)g(x_1) \geq \dfrac{x_2+x_1}{2}$ 矛盾，

$\therefore$上述假设不成立，

$\therefore \forall x \in [0,+\infty)$，$h(x) = x$，……12 分

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，$P_{g(t)} = \{h(t)\} = \{t\}$，

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，关于 x 的不等式 $g(x)g(t) \geq \dfrac{x+t}{2}$ 在 $(0,+\infty)$ 上有唯一解 $x = t$，……13 分

$\therefore \forall t \in (0,+\infty)$，$g(t)g(t) \geq \dfrac{t+t}{2} = t$，即 $g(t) \geq \sqrt{t}$，

$\therefore \forall x \in (0,+\infty)$，$g(x) \geq \sqrt{x}$，……14 分

再证 $g(x)$ 的解析式只能为 $g(x) = \sqrt{x}$，

不妨假设 $\exists x_0 \in (0,+\infty)$，$g(x_0) > \sqrt{x_0}$，则 $g(x_0) = \sqrt{x_0} + d$，且 $d > 0$，

$\because \forall y_0 \in (0,+\infty)$，有 $g(y_0) \geq \sqrt{y_0}$，

$\therefore \forall y_0 \in (0,+\infty)$，$g(x_0)g(y_0) \geq (\sqrt{x_0}+d)\sqrt{y_0}$，…… 15 分

不妨取 $y_0 = (\sqrt{x_0}+d)^2 > 0$，

则 $g(x_0)g(y_0) \geq (\sqrt{x_0}+d)^2 > \dfrac{x_0+(\sqrt{x_0}+d)^2}{2} = \dfrac{x_0+y_0}{2}$，即 $g(y_0)g(x_0) \geq \dfrac{y_0+x_0}{2}$，

$\therefore y_0 \in P_{g(x_0)}$，…… 16 分

$\because \forall t \in (0,+\infty)$，$P_{g(t)} = \{t\}$，$\therefore y_0 = x_0$，这与 $y_0 = (\sqrt{x_0}+d)^2 > x_0$ 矛盾，

∴假设不成立，即 $\forall x_0 \in (0,+\infty)$，$g(x_0) = \sqrt{x_0}$，

经检验，当“正函数” $g(x) = \sqrt{x}$，且 $h(x) = x$ 时，确实有 $\forall t \in (0,+\infty)$，$P_{g(t)} = \{h(t)\}$，

$\therefore g(x) = \sqrt{x}$，$x \in (0,+\infty)$. …… 17 分