厦门市2026届高中毕业班适应性练习

数学学科

（满分:150分　考试时间:120分钟）

考生注意:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将答题卡交回.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z=\frac{2}{1+i}$,则 $z+\bar{z}=$

A. -2　　B. $-2i$　　C. 2　　D. $2i$

2. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,若 $S_5=5a_2+5$,则 $\{a_n\}$ 的公差为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F,点 $A(4,n)$ 在 C 上,则 $|AF|=$

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

4. 随机变量 X 的分布列为 $P(X=0)=a,P(X=1)=b$.若 $E(X)=2a$,则 $a=$

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

5. 已知 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$,$\boldsymbol{b}=(2,x)$,$\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\boldsymbol{a}$,则 $x=$

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. 1

6. 某工厂的产量 Q(单位:件)与资本投入 K(单位:万元)、劳动投入 L(单位:人)满足柯布—道格拉斯生产函数 $Q=A_0\cdot K^{\alpha}\cdot L^{\beta}$(其中 A_0,α,β 为常数).在劳动投入不变的前提下,要使该工厂的产量提升20%,资本投入需增加60%,则该工厂资本产出的弹性系数 α 约为
(参考数据:$\lg2\approx0.30,\lg3\approx0.48$)

A. 0.3　　B. 0.4　　C. 0.5　　D. 0.6

7 已知 P 为椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 上的动点,M,N 为圆 $x^2+y^2=\frac{a^2}{4}$ 上的两个动点,若 $\angle MPN$ 的最大值为 $\frac{\pi}{2}$,则 E 的离心率为

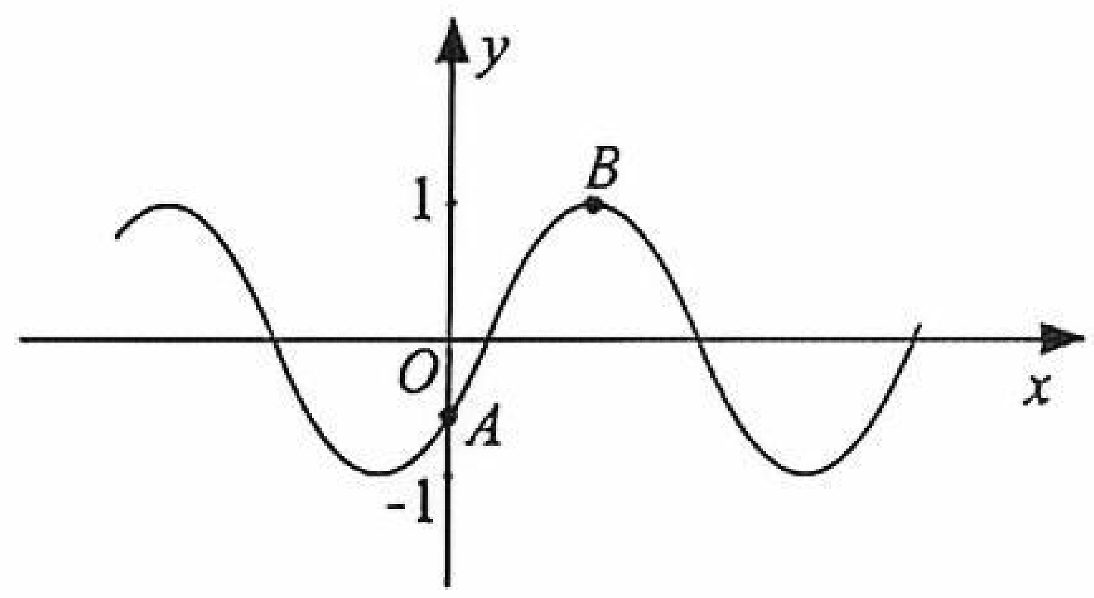
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 已知 $\tan\alpha\tan(\alpha-\beta)=2$, $\cos\beta=\frac{1}{3}$, 则 $\cos(2\alpha-\beta)=$

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{9}$　　C. $\frac{1}{9}$　　D. $\frac{1}{3}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 在每小题给出的四个选项中,有多项符合题目要求. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示, $A\left(0,-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{\pi}{3},1\right)$, 则



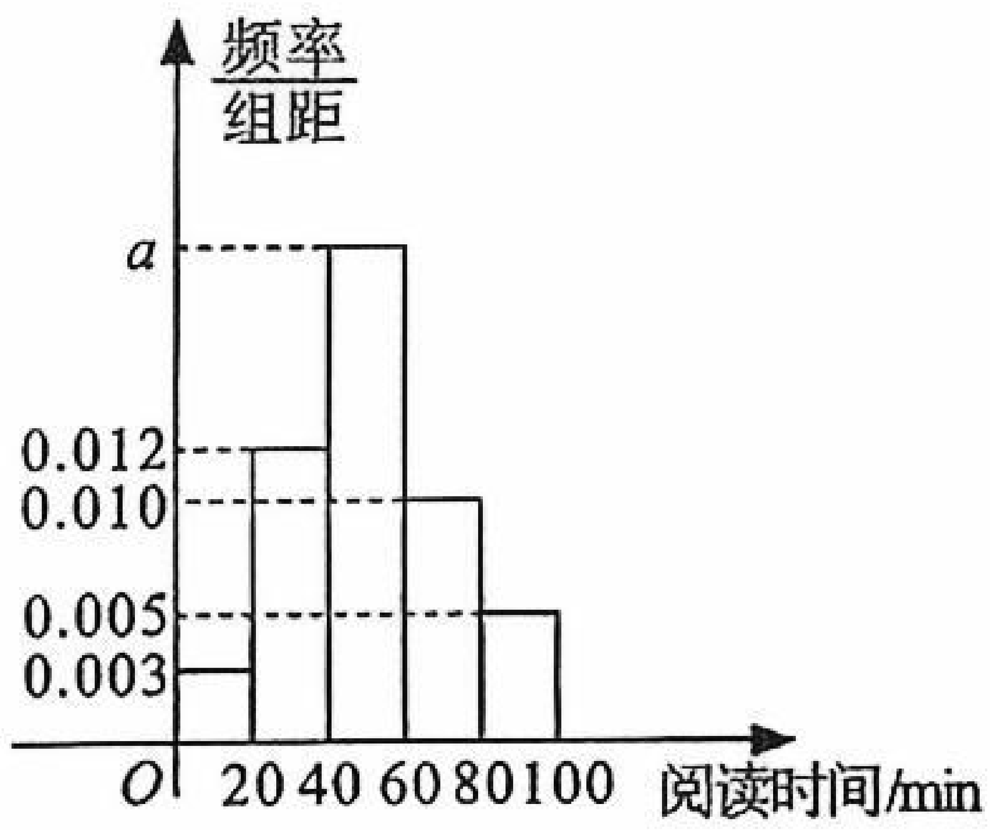
A. $\varphi=-\frac{\pi}{6}$

B. $\omega=2$

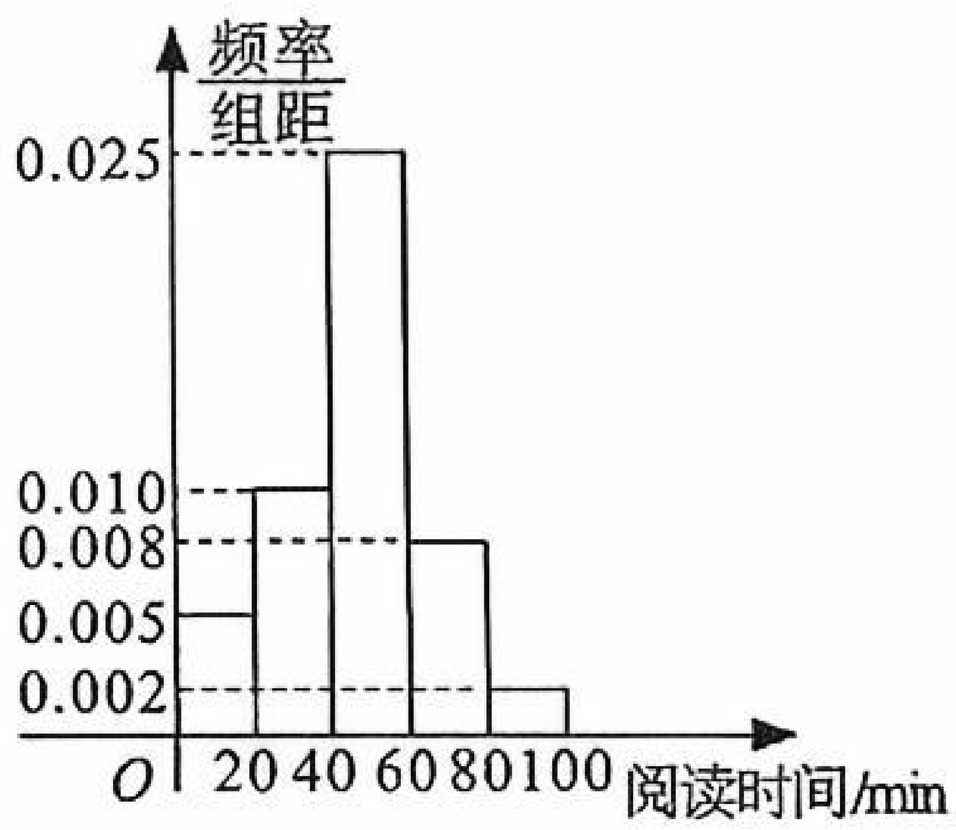
C. $x=-\frac{\pi}{3}$ 是 $y=f(x)$ 图象的一条对称轴

D. $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到的图象关于原点对称

10. 某校有学生 3000 人,其中男生 1800 人,女生 1200 人. 为调查学生的课外阅读情况,按性别比例分配,用分层随机抽样的方法抽取学生 250 人,并统计样本中男生和女生一天的阅读时间(单位:分钟),绘制成如下两个频率分布直方图,则



男生阅读时间



女生阅读时间

A. $a=0.020$

B. 样本中男生阅读时间的中位数低于 40 分钟

C. 样本中阅读时间在 40 分钟以下的学生中,男生人数比女生人数多

D. 用样本估计总体,全校学生中阅读时间在 60 分钟以上的约有 780 人

11. 已知 $A_1, A_2, \cdots, A_n, \cdots$ 均为有限实数集,记 A_n 中的最大元素为 x_n. $\forall n\in\mathbf{N}^*$, $A_{n+1}=A_n\cup\{a+x_n\mid a\in A_n\}$, 若 $A_1=\{-2,3\}$, 则

A. $A_2=\{-2,1,3,6\}$　　B. $x_7=384$

C. A_8 中所有元素的平均数为 191　　D. A_6 中所有元素的和为 3008

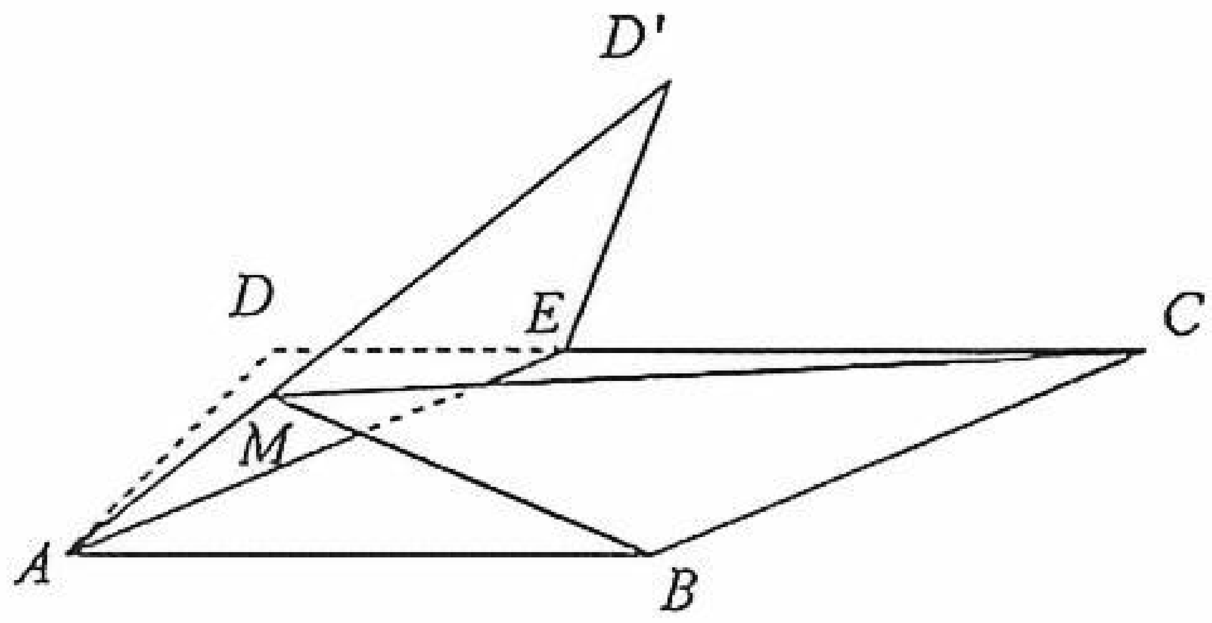
三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知$\left(2x+\frac{1}{x}\right)^n$的展开式中所有项的系数之和为 81，则此展开式中常数项为________.

13. 写出一个同时满足下列性质①②③的函数$f(x)=$________.

① 定义域为$\mathbf{R}$； ② $f(2)=1$； ③ $f(x)+f(2-x)=0$.

14. 在梯形$ABCD$中，$AB/\!/CD$，$AD\perp AB$，E为CD上一点，$AB=BC=CE=2DE=2$，将$\triangle AED$沿AE所在直线翻折成$\triangle AED'$(如图所示). AD'上一点M满足$\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{EA}=5$，在翻折过程中，二面角$M-BC-E$的正弦值的最大值为________.



四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)

在$\triangle ABC$中，角A,B,C的对边分别为a,b,c，且$a\cos B=c+b\cos 2A$.

(1) 求A；

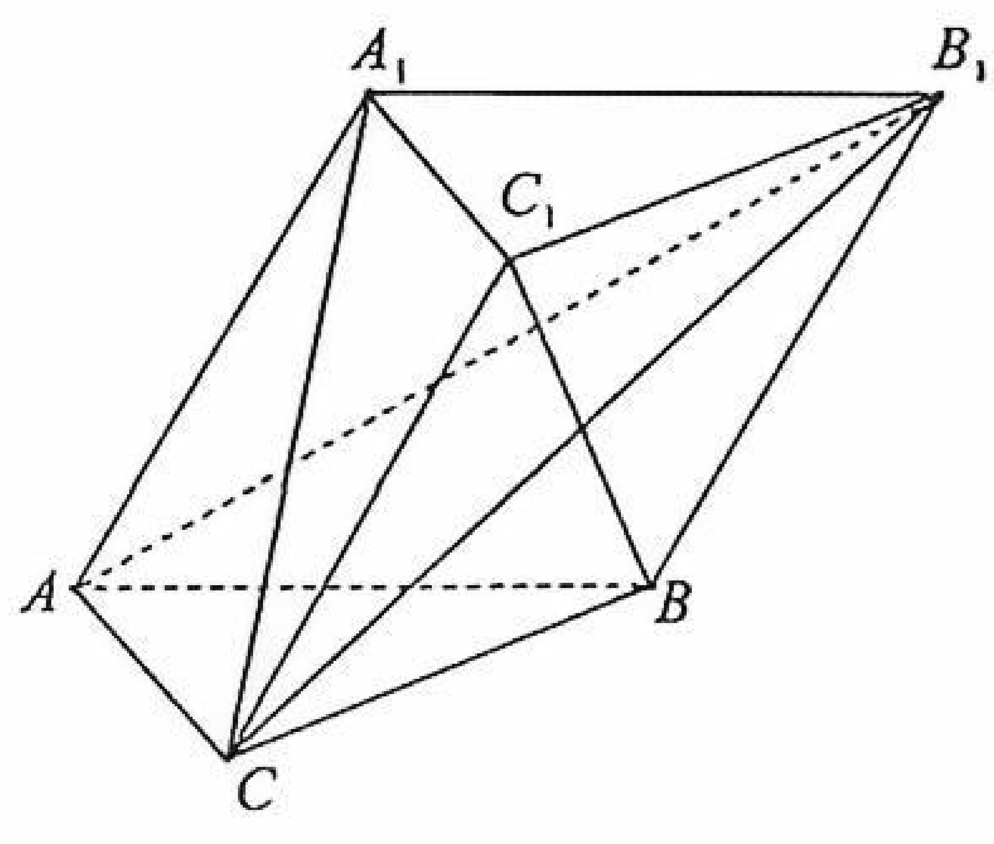
(2) 若D为BC的中点，$AD=3$，$\triangle ABC$的面积为$3\sqrt{3}$，求a.

16. (15 分)

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AB\perp A_1C$，$AB=BC=CA=AA_1=2$. 过点A_1，C的平面α与直线AB垂直.

(1) 作出α截此三棱柱所得的截面，请写出作图过程并说明理由；

(2) 已知$B_1C=\sqrt{10}$，求BC_1与平面ACB_1所成角的正弦值.



17. (15 分)

已知定直线 $l: x=\frac{1}{2}$,点 M 在 l 右侧,且 M 到 $F(2,0)$ 的距离与到 l 的距离之比为 2,记 M 的轨迹为曲线 Γ.

(1) 求 Γ 的方程;

(2) 过 F 与 x 轴垂直的直线 l_1 交 Γ 于 A,C 两点,过 F 的直线 l_2 交 Γ 于 B,D 两点.若四边形 $ABCD$ 的面积为 $18\sqrt{3}$,求 l_2 的方程.

18. (17 分)

某棋类游戏有不同规格的地图,规格为 $X_n(n\in\mathbf{N}^*, n>1)$ 的地图共有 $2n+3$ 个格子,编号为 $0,1,2,\cdots,2n+2$,如下图所示.

0	1	2	$\cdots$	$2n$	$2n+1$	$2n+2$

游戏规则如下:

①玩家首先选定地图规格 X_n,并获得 2 枚金币,棋子位于起点(0 号格子);

②玩家掷一枚质地均匀的骰子,向上点数不超过 2 时,棋子向前跳 1 格;否则,向前跳 2 格;如此重复操作直至游戏成功或失败;

③每当棋子落到非零偶数格时,就相应扣除 1 枚金币.当金币被扣光或棋子落到 $2n+2$ 号格子时,游戏终止,视为失败,无奖励;当棋子落到 $2n+1$ 号格子时,游戏终止,视为成功,获得奖励 $10n$ 元.

(1) 若选定规格为 X_2 的地图,求游戏成功的概率;

(2) 若选定规格为 X_n 的地图,求棋子落到 $2n$ 号格子且游戏成功的概率;

(3) 为使获得奖励的期望最大,玩家应选择何种规格的地图?

19. (17 分)

已知函数 $f(x)=e^x-a\ln(ax-a)$,其中 $a\neq 0$.

(1) 当 $a=-1$ 时,求 $f(x)$ 在 $(0,f(0))$ 处的切线方程;

(2) 已知 $f(x)>-a$.

(i) 求 a 的取值范围;

(ii) 记 $f(x)$ 的极值点为 x_0,证明:$f(x_0)<e^2+\frac{1}{e}$.

厦门市 2026 届高中毕业班适应性练习
数 学 答 题 卡

考生严禁填涂，监考教师填涂，

缺考标志 [ ]

准考证号:________________

学校________________

班级________________

姓名________________

座号________________

贴条形码区域

注意事项

1.答题前，考生先将自己的学校、班级、姓名、座号和准考证号填写清楚。

2.考生作答时，请将答案写在答题卡上.并按照题号在各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。

3.使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚。

4.保持卡面清洁，不折叠、不破损。考试结束后，将答题卡交回。

填涂样例　正确填涂　错误填涂

一、单选题：　　二、多选题：

01	[A]	[B]	[C]	[D]	05	[A]	[B]	[C]	[D]	09	[A]	[B]	[C]	[D]
02	[A]	[B]	[C]	[D]	06	[A]	[B]	[C]	[D]	10	[A]	[B]	[C]	[D]
03	[A]	[B]	[C]	[D]	07	[A]	[B]	[C]	[D]	11	[A]	[B]	[C]	[D]
04	[A]	[B]	[C]	[D]	08	[A]	[B]	[C]	[D]					

三、填空题：

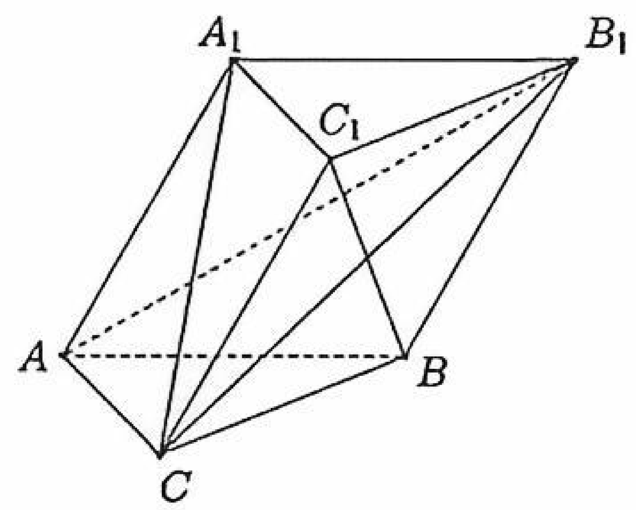
12. ________________　13. $f(x)=$________________

14. ________________

四、解答题：

15. （13 分）

16. （15 分）



17. （15 分）

18.（17 分）

19.（17 分）

厦门市 2026 届高中毕业班适应性练习

数学试题参考答案与评分标准

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．C　　2．B　　3．C　　4．A　　5．D　　6．B　　7．B　　8．B

8．提示：由 $\tan\alpha\tan(\alpha-\beta)=2$ 得 $\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)$，

$\cos\beta=\cos(\alpha-(\alpha-\beta))=\frac{1}{3}$，化简得 $\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)+\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，

所以 $\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)=\frac{2}{9}$，$\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{9}$，

所以 $\cos(2\alpha-\beta)=\cos(\alpha+\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos(\alpha-\beta)-\sin\alpha\sin(\alpha-\beta)=-\frac{1}{9}$．

二、多选题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多个选项符合题目要求，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9．ABD　　10．ACD　　11．ACD

11．提示：设 A_n 中元素有 k_n 个，所有元素和为 S_n，平均数为 X_n，

所以 $x_1=3$，$S_1=\frac{1}{2}$，则有 $A_2=\{-2,1,3,6\}$，$k_2=4$，$S_2=8$，故选项 A 正确；

易得 $x_{n+1}=2x_n$，所以 $x_n=3\times2^{n-1}$，$x_7=3\times2^6=192$，故选项 B 错误；

因为增加的数一定是 3 的倍数，$-2,3$ 被 3 整除的余数不等，故元素中不会出现重复，

所以 $k_{n+1}=2k_n$，所以 $k_n=2^n$，

又 $S_{n+1}=S_n+S_n+k_n\cdot x_n=2S_n+3\times2^{2n-1}$，两边除以 $k_{n+1}=2^{n+1}$，得 $X_{n+1}-X_n=3\times2^{n-2}$，

累加得 $X_n=\frac{1}{2}+3\times2^{-1}+3\times2^0+\cdots+3\times2^{n-2}=3\times2^{n-2}-1$，所以 $X_8=191$，故选项 C 正确；

$S_n=k_n\cdot X_n=3\times2^{2n-2}-2^n$，所以 $S_6=3008$，故选项 D 正确．

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12．24　　13．$x-1$(如：$(x-1)^3$；$-\cos\frac{\pi}{2}x$ 等其它符合题意均可)　　14．$\frac{1}{6}$

14．提示：易得 $\angle DEA=60^\circ$，$AE/\!/BC$，所以 $\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EA}=2+\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EA}=5$，

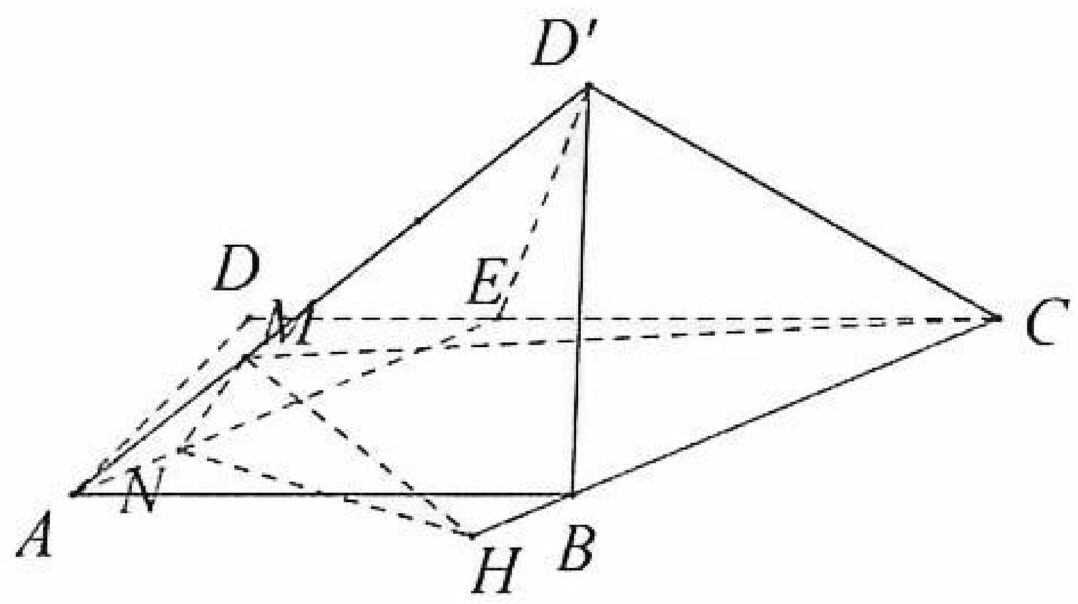
所以 $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EA}=1$，过 M 作 $MN\perp EA$，垂足为 N，

则 $\overrightarrow{EM}\cdot\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EN}\cdot\overrightarrow{EA}=|EN||EA|=3$，

所以 $EN=\frac{3}{2}$，过 N 作 $NH\perp BC$，垂足为 H，

则可证 $BC\perp$ 平面 MNH，则可得 $\angle MHN$，

即为二面角 $M-BC-E$ 的平面角，



可求得 $MN=\frac{\sqrt{3}}{6}$，$NH=\sqrt{3}$，

正弦定理可得 $\frac{\sin\angle MHN}{MN}=\frac{\sin\angle NMH}{NH}$，所以 $\sin\angle MHN=\frac{\sin\angle NMH}{6}\leqslant\frac{1}{6}$．

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15．解：（1）依题意，$a\cos B=c+b\cos2A$，由正弦定理 $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，

得 $\sin A\cos B=\sin C+\sin B\cos2A$，…………………………………………………… 1 分

由 $A+B+C=\pi$，得 $\sin C=\sin(A+B)$，

代入得 $\sin A\cos B=\sin A\cos B+\cos A\sin B+\sin B\cos2A$，

即 $\cos A\sin B+\sin B\cos 2A=0$， …………………………………………………………… 2 分

由 $\sin B>0$，得 $\cos A+\cos 2A=0$， ………………………………………………………… 3 分

有 $2\cos^2 A-1+\cos A=0$，解得：$\cos A=\dfrac{1}{2}$ 或 $\cos A=-1$， ……………………………… 5 分

又 $A\in(0,\pi)$，所以 $A=\dfrac{\pi}{3}$． …………………………………………………………………… 6 分

（2）由 D 为 BC 的中点，$\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AD}^2=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}^2+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}^2+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$，

所以 $b^2+c^2+bc=36$， ………………………………………………………………………… 8 分

由 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$，得 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$，即 $bc=12$， ……………… 9 分

由余弦定理，$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc$． …………………………………… 10 分

所以 $a^2=(b^2+c^2+bc)-2bc=36-24=12$， …………………………………………… 12 分

所以 $a=2\sqrt{3}$． ……………………………………………………………………………… 13 分

16．解：解法一：（1）取 AB 的中点为 O，连接 OA_1，OC，则平面 A_1OC 为平面 α． 3 分

证明如下：

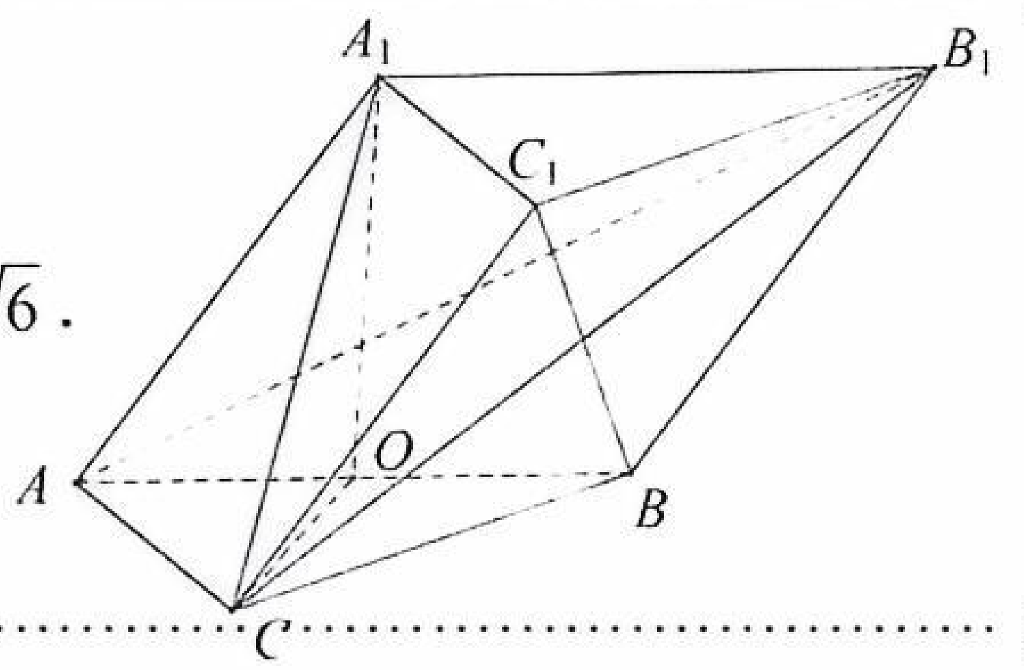
因为 $AB=BC=CA=2$，所以 $\triangle ABC$ 为等边三角形，

因为 O 为 AB 的中点，所以 $AB\perp OC$， ………………………………………………… 4 分

又 $AB\perp A_1C$，$OC\cap A_1C=C$，$OC\subset$ 平面 A_1OC，$A_1C\subset$ 平面 A_1OC， ………… 5 分

所以 $AB\perp$ 平面 A_1OC，

即平面 A_1OC 为平面 α． ……………………………………………………………………… 6 分



（2）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB/\!/A_1B_1$，

因为 $AB\perp A_1C$，所以 $A_1B_1\perp A_1C$，

在 $Rt\triangle A_1B_1C$ 中，因为 $B_1C=\sqrt{10}$，所以 $A_1C=\sqrt{6}$．

由（1）得 $AB\perp OA_1$，所以 $OA_1=\sqrt{3}$，

所以 $OC^2+OA_1^2=A_1C^2$，所以 $OA_1\perp OC$，

所以 OA_1，OC，AB 两两互相垂直． ……………………………………………………… 8 分

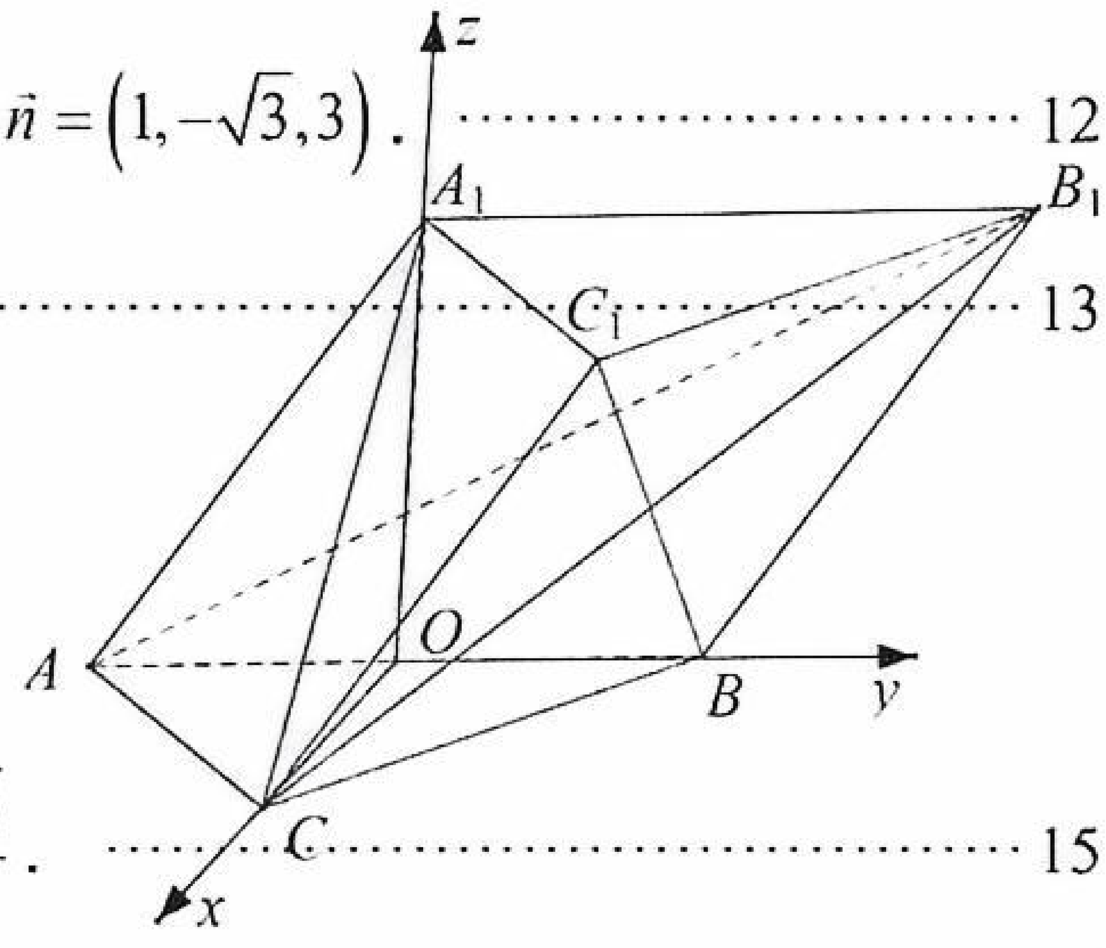
以 O 为坐标原点，以 OC，OB，OA_1 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴如图建立空间直角坐标系 $O-xyz$，则 $A(0,-1,0)$，$B(0,1,0)$，$C(\sqrt{3},0,0)$，$A_1(0,0,\sqrt{3})$， …………… 10 分

$\overrightarrow{AA_1}=(0,1,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AC}=(\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{AB_1}=\overrightarrow{AA_1}+\overrightarrow{A_1B_1}=(0,1,\sqrt{3})+(0,2,0)=(0,3,\sqrt{3})$，

设平面 ACB_1 的一个法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\sqrt{3}x+y=0,\\ 3y+\sqrt{3}z=0,\end{cases}$ 取 $x=1$，则 $\vec{n}=(1,-\sqrt{3},3)$． …………… 12 分

$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{CC_1}-\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AA_1}-\overrightarrow{CB}=(\sqrt{3},0,\sqrt{3})$， …………… 13 分



设 BC_1 与平面 ACB_1 所成角为 θ，

则 $\sin\theta=\left|\dfrac{\overrightarrow{BC_1}\cdot\vec{n}}{\left|\overrightarrow{BC_1}\right|\cdot|\vec{n}|}\right|=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}\times\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$，

所以 BC_1 与平面 ACB_1 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$． ……………………………… 15 分

解法二：（1）同解法一； …………………………………………………………………… 6 分

（2）在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB/\!/A_1B_1$，

因为 $AB\perp A_1C$，所以 $A_1B_1\perp A_1C$，

在 $Rt\triangle A_1B_1C$ 中，因为 $B_1C=\sqrt{10}$，所以 $A_1C=\sqrt{6}$．

由（1）得 $AB\perp OA_1$，所以 $OA_1=\sqrt{3}$．

所以 $OC^2+OA_1^2=A_1C^2$，所以 $OA_1\perp OC$，

又因为 $OA_1\perp AB$，$OC\cap AB=O$，所以 $OA_1\perp$ 平面 ABC，

所以 OA_1 为三棱锥 B_1-ABC 的高．…………………………………………………… 8 分

在 $Rt\triangle AOA_1$ 中，$AA_1=2$，$OA_1=\sqrt{3}$，$OA=1$，所以 $\angle A_1AO=60^\circ$，

所以 $\angle AA_1B_1=120^\circ$，又因为 $A_1A=A_1B_1=2$，所以 $AB_1=2\sqrt{3}$．

在 $\triangle ACB_1$ 中，$\cos\angle CAB_1=\dfrac{CA^2+AB_1^2-CB_1^2}{2CA\cdot AB_1}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，则 $\sin\angle CAB_1=\dfrac{\sqrt{13}}{4}$，

所以 $S_{\triangle ACB_1}=\dfrac{1}{2}CA\cdot AB_1\cdot\sin\angle CAB_1=\dfrac{\sqrt{39}}{2}$．……………………………………………… 10 分

设三棱锥 $B-ACB_1$ 的高为 h，因为 $V_{B-ACB_1}=V_{B_1-ABC}$，所以 $\dfrac{1}{3}h\cdot S_{\triangle ACB_1}=\dfrac{1}{3}OA_1\cdot S_{\triangle ABC}$，

所以 $h=\dfrac{OA_1\cdot S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ACB_1}}=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$，………………………………………………………… 11 分

在 $\triangle BCB_1$ 中，$\cos\angle CBB_1=\dfrac{CB^2+BB_1^2-CB_1^2}{2CB\cdot BB_1}=-\dfrac{1}{4}$，所以 $\cos\angle C_1CB=\dfrac{1}{4}$，

在 $\triangle CC_1B_1$ 中，$BC_1^2=CB^2+CC_1^2-2CB\cdot CC_1\cdot\cos\angle C_1CB=6$，

所以 $BC_1=\sqrt{6}$．…………………………………………………………………………… 13 分

设 BC_1 与平面 ACB_1 所成角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{h}{\frac{BC_1}{2}}=\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$，

所以 BC_1 与平面 ACB_1 所成角的正弦值为 $\dfrac{2\sqrt{26}}{13}$．………………………………………… 15 分

17．解：（1）设 $M(x,y)(x>\frac{1}{2})$，$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=2\left|x-\frac{1}{2}\right|$，…………………………… 2 分

即 $(x-2)^2+y^2=4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$，…………………………………………………………… 3 分

化简得 $x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$，………………………………………………………………………… 4 分

故 $\Gamma: x^2-\dfrac{y^2}{3}=1(x>0)$．………………………………………………………………… 5 分

（2）因为 $AC\perp x$ 轴，当 $x=2$ 时，$y=\pm 3$，所以 $|AC|=6$．……………………………… 6 分

由题意，l_2 的斜率存在，设 $l_2: y=k(x-2)$，$B(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，

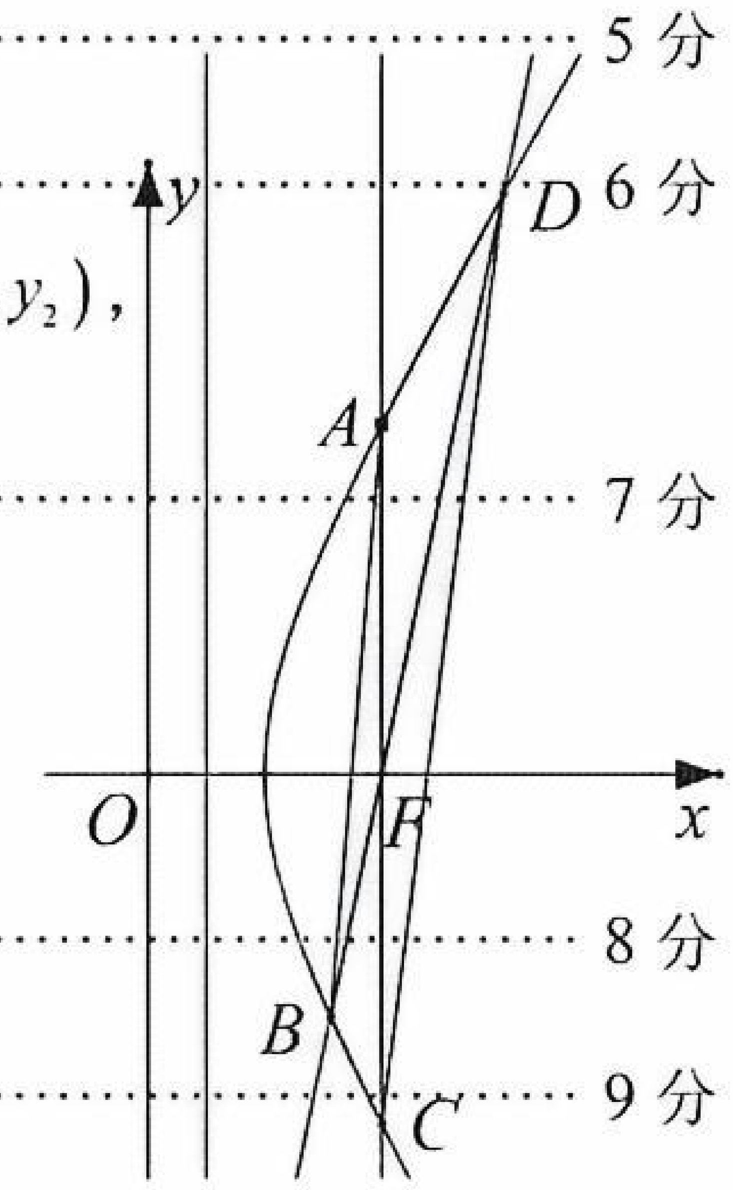
联立 $\begin{cases}x^2-\dfrac{y^2}{3}=1\\ y=k(x-2)\end{cases}$，得 $(3-k^2)x^2+4k^2x-(4k^2+3)=0$，…………………………… 7 分

其中，$3-k^2\neq 0$，即 $k^2\neq 3$．

$\Delta=16k^4+4(3-k^2)(4k^2+3)=36(k^2+1)>0$，

由韦达定理得 $x_1+x_2=-\dfrac{4k^2}{3-k^2}$，$x_1x_2=-\dfrac{4k^2+3}{3-k^2}$．……………………………… 8 分

因为 $x_1+x_2>0$，$x_1x_2>0$，解得 $k^2>3$，………………………………………………… 9 分



由 $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ACB}+S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}|AC||x_1-x_2|=18\sqrt{3}$，

得$|x_1-x_2|=6\sqrt{3}$. ………………………………………………………………………… 11 分

因为$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{6\sqrt{k^2+1}}{|3-k^2|}$. ………………………………………… 12 分

所以$\dfrac{6\sqrt{k^2+1}}{|3-k^2|}=6\sqrt{3}$，化简得$3k^4-19k^2+26=0$，

解得：$k^2=\dfrac{13}{3}$或$k^2=2$，………………………………………………………………… 14 分

因为$k^2>3$，所以$k=\pm\dfrac{\sqrt{39}}{3}$.

故l_2的方程为：$y=\dfrac{\sqrt{39}}{3}x-\dfrac{2\sqrt{39}}{3}$或$y=-\dfrac{\sqrt{39}}{3}x+\dfrac{2\sqrt{39}}{3}$. ………………………… 15 分

18. 解法一（1）依题意，向前跳1步的概率为$\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，向前跳2步的概率为$\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$.

……………………………………………………………………………………………………… 1 分

设$\xi=$“游戏结束时，余下的金币的数量”，则$\xi=0,1,2$，设事件$M=$“游戏成功”，
则$P(M)=P(\xi=1)+P(\xi=2)$.
当$n=2$时，该地图有7个格子.
当且仅当$\xi=2$时，棋子经过的路径为$0\to1\to3\to5$，

所以$P(\xi=2)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{27}$；……………………………………………………… 2 分

当且仅当$\xi=1$时，棋子经过的路径有3条，分别为$0\to1\to2\to3\to5$，
或$0\to2\to3\to5$，或$0\to1\to3\to4\to5$，

所以$P(\xi=1)=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{81}+\dfrac{4}{27}+\dfrac{2}{81}=\dfrac{16}{81}$. ………… 4 分

则$P(M)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\dfrac{28}{81}$.

所以若选定规格为X_2的地图，游戏成功的概率为$\dfrac{28}{81}$. …………………………………… 5 分

（2）在规格为X_n的地图中，
设事件$N=$“落到编号为$2n$且游戏成功”，
则棋子经过的路径为$0\to1\to3\to\cdots\to2n-1\to2n\to2n+1$，

$$P(N)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{2^{n-1}}{3^{n+2}}.$$

所以若选定规格为X_n的地图，棋子落到$2n$号格子且游戏成功的概率为$\dfrac{2^{n-1}}{3^{n+2}}$. …· 8 分

（3）在规格为X_n的地图中，
当且仅当$\xi=2$时，棋子经过的路径为$0\to1\to3\to\cdots\to2n-1\to2n+1$，

所以$P(\xi=2)=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$；…………………………………………………………… 9 分

当且仅当$\xi=1$时，棋子经过的路径有3种情况：
第1种情况，棋子经过的路径为$0\to1\to2\to3\to\cdots\to2n-1\to2n+1$；共跳了$n+2$步，

其概率$p_1=\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$；………………………………………………………… 10 分

第2种情况，棋子经过的路径为$0\to2\to3\to\cdots\to2n-1\to2n+1$；共跳了$n+1$步，

其概率 $p_2=\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n}$； ………………………………………………………… 11 分

第 3 种情况，棋子落到第 $2k(2\le k\le n)$ 号格处扣除 1 枚金币且游戏成功，

共有 $n-1$ 条路径，则棋子经过的其中一条路径如下：

$0\to1\to3\to\cdots\to2k-1\to2k\to2k+1\to\cdots\to2n-1\to2n+1$；

共跳了 $n+2$ 步，每条路径的概率相等，均为 $p_3=\left(\frac{1}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$； ………………… 13 分

所以概率为：$P(\xi=1)=p_1+p_2+(n-1)p_3=\frac{n+6}{27}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$，

则 $P(M)=P(\xi=1)+P(\xi=2)=\frac{n+12}{27}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. ………………………………………… 14 分

记收益为 Y_n，则 Y_n 的分布列为

Y_n	0	$10n$
P	$1-\frac{n+12}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$	$\frac{n+12}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

收益期望 $E(Y_n)=\frac{10n(n+12)}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$. ………………………………………………… 15 分

令 $\begin{cases}E(Y_n)\geqslant E(Y_{n-1})\\E(Y_n)\geqslant E(Y_{n+1})\end{cases}$，有 $\begin{cases}n^2+6n-33\leqslant0\\n^2+8n-26\geqslant0\end{cases}$,解得 $\sqrt{42}-4\leqslant n\leqslant\sqrt{42}-3$，

所以 $n=3$，有 $E(Y_1)<E(Y_2)<E(Y_3)>E(Y_4)>\cdots$，

所以 $n=3$时，收益的期望最高，最高期望为 $\frac{200}{27}$. ……………………………………… 17 分

解法二：（1）同解法一； …………………………………………………………………………… 5 分

（2）同解法一； ……………………………………………………………………………………… 8 分

（3）若要获胜，则要跳 $2n+1$ 格，至少投掷骰子 $n+1$ 次，至多经过一个偶数号格，

若落到 $2k(k>1)$ 号格，则必落到 $2k-1$，$2k+1$ 两个奇数号格，即要有两次跳 1 格，

所以跳 1 格的次数至多 3 次（其中有一次可以选择路径 $0\to1$，$0\to2\to3$）

所以最多掷骰子 $n+2$ 次，其中跳 1 格 3 次，跳两格 $n-1$ 次. ……………………………… 9 分

设事件 $C=$“游戏最终获胜”，

$C_1=$“共掷骰子 $n+1$ 次获胜”，$C_2=$“共掷骰子 $n+2$ 次获胜”，

则 $C=C_1+C_2$，C_1，C_2 互斥，

共掷骰子 $n+1$ 次获胜即跳 1 格 1 次，跳 2 格 n 次，

则可能路径仅能为 $0\to1\to3\to\cdots\to2n-1\to2n+1$，

或 $0\to2\to3\to\cdots\to2n-1\to2n+1$ 两种可能性，

所以 $P(C_1)=2\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n}=\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$， ………………………………………………… 11 分

共掷骰子 $n+2$ 次获胜即跳 1 格 3 次，跳 2 格 $n-1$ 次，则必落到偶数号格一次，

即路径为 $0\to1\to\cdots\to2k-1\to2k\to2k+1\to\cdots2n-1\to2n+1$，$k=1,2,3,\cdots,n$，

所以 $P(C_2)=n\times\left(\frac{1}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}=\frac{n}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$， ……………………………………… 13 分

所以 $P(C)=P(C_1+C_2)=P(C_1)+P(C_2)=\frac{n+12}{27}\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$， ……………………… 14 分

以下同解法一； ……………………………………………………………………………………… 17 分

19. 解法一：（1）$a=-1$时，$f(x)=\mathrm{e}^x+\ln(1-x)$，$x\in(-\infty,1)$． ………………………………… 1 分

所以$f'(x)=\mathrm{e}^x+\dfrac{1}{x-1}$， ……………………………………………………………………… 2 分

又$f(0)=1$，$f'(0)=0$，……………………………………………………………………………… 3 分

所以$f(x)$在$(0,f(0))$处的切线方程为$y=1$． ……………………………………………… 4 分

（2）（i）①当$a<0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(-\infty,1)$，取$x=1+\dfrac{\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}}{a}<1$，

所以$f\left(1+\dfrac{\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}}{a}\right)<\mathrm{e}-a\ln\left(\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}\right)=-a$，不符合要求，故舍去； …………………… 5 分

②当$a>0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(1,+\infty)$，$f'(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{a}{x-1}$，

设$g(x)=\mathrm{e}^x-\dfrac{a}{x-1}$，$g'(x)=\mathrm{e}^x+\dfrac{a}{(x-1)^2}>0$，所以$g(x)$在$(1,+\infty)$单调递增，

$g(a+1)=\mathrm{e}^{a+1}-1>0$，$g\left(1+\dfrac{a}{a^2+\mathrm{e}^2}\right)=\mathrm{e}^{1+\frac{a}{a^2+\mathrm{e}^2}}-\left(a^2+\mathrm{e}^2\right)\leqslant\mathrm{e}^{1+\frac{1}{2\mathrm{e}}}-\mathrm{e}^2-a^2<0$，

由零点存在定理，$\exists x_0\in\left(1+\dfrac{a}{a^2+\mathrm{e}^2},a+1\right)$，使$g(x_0)=\mathrm{e}^{x_0}-\dfrac{a}{x_0-1}=0$，

则当$x\in(1,x_0)$时，$g(x)<0$，$f(x)$单调递减，

当$x\in(x_0,+\infty)$时，$g(x)>0$，$f(x)$单调递增，

所以$f(x)_{\min}=f(x_0)=\mathrm{e}^{x_0}-a\ln(ax_0-a)>-a$． ……………………………………… 7 分

所以$\dfrac{a}{x_0-1}-a\ln\dfrac{a^2}{\mathrm{e}^{x_0}}>-a$，即$\dfrac{1}{x_0-1}+x_0+1>2\ln a$，

因为$a=\mathrm{e}^{x_0}(x_0-1)$，所以$\dfrac{1}{x_0-1}+x_0+1>2\ln\left(\mathrm{e}^{x_0}(x_0-1)\right)=2x_0+2\ln(x_0-1)$，

整理得$\dfrac{1}{x_0-1}-(x_0-1)>2\ln(x_0-1)$， ……………………………………………………… 9 分

设$t=x_0-1>0$，则$\dfrac{1}{t}-t>2\ln t$，

设$m(t)=\dfrac{1}{t}-t-2\ln t$，$t>0$，

因为$m'(t)=-\dfrac{1}{t^2}-1-\dfrac{2}{t}=-\dfrac{(t+1)^2}{t}<0$，所以$m(t)$在$(0,+\infty)$单调递减，又$m(1)=0$，

所以$t\in(0,1)$，所以$x_0\in(1,2)$． ………………………………………………………………… 11 分

又因为$\ln a=x_0+\ln(x_0-1)$关于x_0递增，所以$\ln a<2$，所以$a\in\left(0,\mathrm{e}^2\right)$． ………… 12 分

（ii）由（i）得$f(x_0)=\mathrm{e}^{x_0}-a\ln a(x_0-1)=\mathrm{e}^{x_0}\left[1-x_0^{\ 2}+x_0-2(x_0-1)\ln(x_0-1)\right]$． ‥ 13 分

令$t(x)=\mathrm{e}^x\left[1-x^2+x-2(x-1)\ln(x-1)\right]$，$x\in(1,2)$，

有$t'(x)=-x\mathrm{e}^x\left[x+1+2\ln(x-1)\right]$，$x\in(1,2)$，……………………………………… 14 分

设$\varphi(x)=x+1+2\ln(x-1)$，$x\in(1,2)$，

因为$\varphi(x)$在区间$(1,2)$上单调递增，且$\varphi\left(1+\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}\right)=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}-2<0$，$\varphi\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{5}{2}-2\ln 2>0$，

所以$\exists x_1\in\left(1+\dfrac{1}{\mathrm{e}^2},\dfrac{3}{2}\right)$，使得$\varphi(x_1)=0$，即$x_1+1+2\ln(x_1-1)=0$，

当$1<x<x_1$时，$\varphi(x)<0$，$t'(x)>0$，当$x_1<x<2$时，$\varphi(x)>0$，$t'(x)<0$，

所以$t(x)$在区间$(1,x_1)$上单调递增，在区间$(x_1,2)$上单调递减，

所以$t(x)_{\max}=t(x_1)=e^{x_1}\left(1-x_1^{\ 2}+x_1+x_1^{\ 2}-1\right)=x_1e^{x_1}$，$x_1\in\left(1+\dfrac{1}{e^2},\dfrac{3}{2}\right)$

所以$x_1e^{x_1}<\dfrac{3}{2}e^{\frac{3}{2}}$，…………………………………………………………………………16 分

因为$\dfrac{3}{2}e^{\frac{3}{2}}<e^{\frac{1}{2}}\cdot e^{\frac{3}{2}}<e^2+\dfrac{1}{e}$，所以$f(x_0)<e^2+\dfrac{1}{e}$．……………………………………17 分

解法二：（1）同解法一；……………………………………………………………………………5 分

（2）（i）①当$a<0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(-\infty,1)$，取$x=1+\dfrac{e^{1+\frac{e}{a}}}{a}$，

所以$f\left(1+\dfrac{e^{1+\frac{e}{a}}}{a}\right)<e-a\ln\left(e^{1+\frac{e}{a}}\right)=-a$，不符合要求，故舍去；…………………………5 分

②当$a>0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(1,+\infty)$，

对于$e^x-a\ln(ax-a)>-a$，两边同除a后再加x，得$\dfrac{e^x}{a}-\ln(ax-a)+x>x-1$，

即$e^{x-\ln a}+(x-\ln a)>(x-1)+\ln(x-1)$．……………………………………………………7 分

设函数$h(x)=e^x+x$，易知$h(x)$在$(0,+\infty)$单调递增，…………………………………………8 分

所以原式化为$h(x-\ln a)>h(\ln(x-1))$，（也可构造$h(x)=\ln x+x$）

由单调性得$x-\ln a>\ln(x-1)$，即$\ln a<x-\ln(x-1)$，$\forall x\in(1,+\infty)$恒成立，……10 分

设$h(x)=x-\ln(x-1)$，$h'(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$，

$x\in(1,2)$时，$h'(x)<0$，$h(x)$单调递减；$x\in(2,+\infty)$时，$h'(x)>0$，$h(x)$单调递增；

$h(x)_{\min}=h(2)=e^2$，所以$a\in(0,e^2)$．……………………………………………………12 分

（也可这样同构：

$e^x-a\ln(ax-a)>-a\Leftrightarrow(x-1)e^x>a(x-1)\left[\ln(a(x-1))-1\right]=\left[\ln(a(x-1))-1\right]e^{\ln(a(x-1))}$，

构造$h(x)=(x-1)e^x$，若$\ln(a(x-1))\leqslant 0$显然成立，若$\ln(a(x-1))>0$，

由$h(x)=(x-1)e^x$在$(0,+\infty)$递增，则$h(x)>h(\ln(a(x-1)))\Leftrightarrow x>\ln(a(x-1))$，

综上，转化为$x>\ln(a(x-1))$）

（ii）由（i）知$a\in(0,e^2)$，

当$a>0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(1,+\infty)$，$f'(x)=e^x-\dfrac{a}{x-1}$，

设$g(x)=e^x-\dfrac{a}{x-1}$，$g'(x)=e^x+\dfrac{a}{(x-1)^2}>0$，所以$g(x)$在$(1,+\infty)$单调递增，

$g(a+1)=e^{a+1}-1>0$.，$g\left(1+\dfrac{a}{a^2+e^2}\right)=e^{1+\frac{a}{a^2+e^2}}-(a^2+e^2)\leqslant e^{1+\frac{1}{2e}}-e^2-a^2<0$，

由零点存在定理，$\exists x_0\in\left(1+\dfrac{a}{a^2+e^2},a+1\right)$，使$g(x_0)=e^{x_0}-\dfrac{a}{x_0-1}=0$，

当$x\in(1,x_0)$时，$g(x)<0$，$f(x)$单调递减，

当$x\in(x_0,+\infty)$时，$g(x)>0$，$f(x)$单调递增，

所以$f(x)\geqslant f(x_0)$，……………………………………………………………………………14 分

所以$f(2)=\mathrm{e}^2-a\ln a\geqslant f(x_0)$， …………………………………………………………… 15 分

设$n(x)=-x\ln x$，$n'(x)=-1-\ln x$，

$x\in\left(0,\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$时，$n'(x)>0$，$n(x)$单调递增，$x\in\left(\frac{1}{\mathrm{e}},+\infty\right)$时，$n'(x)<0$，$n(x)$单调递减，

所以$n(x)\leqslant n\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)=\frac{1}{\mathrm{e}}$，所以当$a\in(0,e^2)$时，$-a\ln a\leqslant\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所以$f(2)=\mathrm{e}^2-a\ln a\leqslant\mathrm{e}^2+\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所以$f(x_0)<f(2)\leqslant\mathrm{e}^2+\frac{1}{\mathrm{e}}$，得证. …………………………………………………… 17 分

解法三：（1）同解法一；

（2）（i）①当$a<0$时，$f(x)$的定义域为$x\in(-\infty,1)$，取$x=1+\frac{\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}}{a}$，

所以$f\left(1+\frac{\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}}{a}\right)<\mathrm{e}-a\ln\left(\mathrm{e}^{1+\frac{\mathrm{e}}{a}}\right)=-a$，不符合要求，故舍去；……………………… 5 分

②当$a>0$时，$f(x)$定义域为$(1,+\infty)$.

由$f(x)>-a$，得$f(2)>-a$，即$\mathrm{e}^2-a\ln a>-a$，即$\mathrm{e}^2>a\ln a-a$，……………… 6 分

令$k(a)=a\ln a-a$，得$k'(a)=\ln a+1-1=\ln a$，令$k'(a)=0$，得$a=1$，

当$0<a<1$时，$k'(a)<0$，当$a>1$时，$k'(a)>0$，

所以$k(a)$在区间$(0,1)$上单调递减，在区间$(1,+\infty)$上单调递增，

所以$k(a)_{\min}=k(1)=-1$，且$a\to 0$时，$k(a)\to 0$，$a\to+\infty$时，$k(a)\to+\infty$，

因为$k(\mathrm{e}^2)=\mathrm{e}^2\ln\mathrm{e}^2-\mathrm{e}^2=\mathrm{e}^2>k(a)$，解得：$0<a<\mathrm{e}^2$. ……………………………… 8 分

下面证明当$0<a<\mathrm{e}^2$时，$f(x)>-a$.

令$n(x)=f(x)+a=\mathrm{e}^x-a\ln(x-1)-a\ln a+a$，

则$n'(x)=\mathrm{e}^x-\frac{a}{x-1}$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，

$n'(2)=\mathrm{e}^2-a>0$，$n'\left(1+\frac{a}{a^2+\mathrm{e}^2}\right)=\mathrm{e}^{1+\frac{a}{a^2+\mathrm{e}^2}}-(a^2+\mathrm{e}^2)\leqslant\mathrm{e}^{1+\frac{1}{2\mathrm{e}}}-\mathrm{e}^2-a^2<0$，

所以$\exists x_0\in(1,2)$，使得$n'(x_0)=0$，即$e^{x_0}-\frac{a}{x_0-1}=0$，即$\ln(x_0-1)=\ln a-x_0$，

当$1<x<x_0$时，$n'(x)<0$，当$x>x_0$时，$n'(x)>0$，

所以$n(x)$在区间$(1,x_0)$上单调递减，在区间$(x_0,2)$上单调递增，

所以$n(x)_{\min}=n(x_0)=\mathrm{e}^{x_0}-a\ln(x_0-1)-a\ln a+a=\frac{a}{x_0-1}-2a\ln a+ax_0+a$，……… 10 分

因为$\frac{a}{x_0-1}-2a\ln a+ax_0+a=\frac{a}{x_0-1}+a(x_0-1)+2a-2a\ln a>4a-2a\ln a=2a(2-\ln a)$，

又因为$0<a<\mathrm{e}^2$，所以$2a(2-\ln a)>0$，所以$n(x)\geqslant n(x_0)>0$，

所以当$0<a<\mathrm{e}^2$时，$f(x)>-a$.

综上，a的取值范围为$(0,\mathrm{e}^2)$. …………………………………………………………… 12 分

（ii）同法一.