学校______ 班级______ 姓名______ 座号______ 考号______

密 封 线

南平市2025届高中毕业班第三次质量检测

数学试题

注意事项：

1. 本试卷共5页，19小题，满分150分，考试用时120分钟。
2. 答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的学校、准考证号、姓名。要认真核对答题卡上粘贴条形码的“准考证号、姓名”与本人准考证号、姓名是否一致。
3. 回答选择题时，选出每小题答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试题卷上无效。
4. 答题结束后，考生须将答题卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若 $A=\{y|y=2^x\}$，$B=\{x|(x-1)^2<4\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{x|-1<x<0\}$　　B．$\{x|0<x<3\}$　　C．$\{x|1<x<3\}$　　D．$\{x|-1<x<3\}$

2．已知复数 $z=-1+2\mathrm{i}$，则 $|\mathrm{i}z+\bar{z}|=$

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．6

3．已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线为 $y=\sqrt{2}x$，则 C 的离心率为

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{3}$

4．已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为4，若将其截去三棱锥 $C_1-B_1BD_1$，则剩余几何体的体积为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$\dfrac{10}{3}$　　D．$\dfrac{5}{6}$

5．若 $1+\sin2\theta=\sqrt{2}\cos(\theta-\dfrac{\pi}{4})$，$\theta\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，则 $\cos2\theta=$

A．0或-1　　B．-1或1　　C．1　　D．0

6．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_n=an^2-10n$，且对任意的$n\in\mathbf{N}^*$，都有$S_3\leqslant S_n$成立，则实数a的取值范围是

A．$\left[\frac{1}{3},2\right]$　　B．$\left(\frac{10}{7},2\right)$　　C．$\left(\frac{5}{4},\frac{5}{2}\right)$　　D．$\left[\frac{10}{7},2\right]$

7．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{4})(\omega>0)$在区间$(0,\pi)$恰有两个极大值点、三个对称中心，则

A．$\frac{11}{4}<\omega\leqslant\frac{15}{4}$　　B．$\frac{11}{4}\leqslant\omega<\frac{15}{4}$　　C．$\frac{15}{4}<\omega\leqslant\frac{17}{4}$　　D．$\frac{15}{4}\leqslant\omega<\frac{17}{4}$

8．设$[x]$表示不超过实数x的最大整数，如$[2]=2$，$[2.3]=2$，$[-2.3]=-3$，则方程$x-|\log_6 x|=[x]$解的个数为

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对得6分，部分选对得部分分，有选错得0分．

9．已知甲组数据x_1,x_2,x_3,x_4,x_5的平均数为8，方差为2，由这组数据得到乙组数据y_1,y_2,y_3,y_4,y_5，其中$y_i=2x_i+3(i=1,2,\cdots,5)$，则

A．数据$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,y_1,y_2,y_3,y_4,y_5$的平均数为13.5

B．乙组数据的方差为11

C．数据$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,8$的方差小于2

D．甲组数据的第25百分位数是乙组数据的第25百分位数的2倍

10．已知函数$f(x)=\begin{cases}x-\frac{1}{x},x<0,\\x+\frac{1}{x},x>0,\end{cases}$则下列说法中正确的是

A．$f(x)$为奇函数

B．任意$x\neq0$，存在$a\in\mathbf{R}$，使得$f(x)>ax$恒成立

C．若方程$f(x)=b$ $(x>0,b\in\mathbf{R})$恰有两个不等实根x_1,x_2，则$x_1x_2=1$

D．若方程$f(x)=c$ $(c\in\mathbf{R})$恰有三个不等实根x_3,x_4,x_5，则$x_3+x_4+x_5>3-\sqrt{2}$

11. 已知向量 a , b 满足 $|a|=1$, $|b|=2$ ，则

A. 当 $a\cdot b=-1$ 时，a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$

B. 当 $|a-b|=2$ 时，a 在 b 上的投影向量为 $\frac{1}{8}b$

C. $|a+b|+|a-b|$ 的最大值为 $2\sqrt{5}$

D. $|a+b|+|a-b|$ 的最小值为 4

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$ ， $a_{n+1}=2a_n+1$ ，则 $a_3=$______.

13. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ ，过其焦点 F 且斜率为 2 的直线与 C 交于 A , B 两点，则 $|AB|=$______.

14. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4 ，点 P , Q 分别为线段 C_1D , B_1C 上的动点，则 PQ 的最小值为______；此时 $C_1P=$______.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. （13 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A , B , C 所对边分别为 a , b , c ，已知 $a=b$ ， $c\sin(B+\frac{\pi}{3})=a\sin C$.

（1）证明：$\triangle ABC$ 为等边三角形；

（2）点 B , D 分别在直线 AC 两侧，且 $AD=\sqrt{3}$, $DC=3$ ， $\angle ADC=\frac{5\pi}{6}$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积.

16. （15 分）

已知函数 $f(x)=e^{x-1}-2x-1$ ，其导函数为 $f'(x)$.

（1）求 $f(x)$ 的单调区间；

（2）证明： $xf'(x)+x-\ln x\geqslant 0$.

17. （15分）

建瓯挑幡是国家级非物质文化遗产，常见动作招式有手舞东风转、肩扛南天松、肘擎中军令、牙咬北海塔．现有甲、乙两队进行挑幡比赛，规则如下：

①比赛至多4局，每局比赛获胜方得1分，负方得0分，没有平局；

②若一方先多得2分，则赢得比赛，比赛终止；

③若4局后一方未多得2分，比赛也终止．

假设每局比赛甲队获胜的概率均为$\frac{1}{3}$，且每局比赛结果相互独立．

（1）求比赛局数为4的概率p_0；

（2）已知比赛终止时甲队得2分，求甲队赢得比赛的概率；

（3）将（1）中p_0作为某区挑幡爱好者完成常见动作招式的概率的值．现从该区挑幡爱好者中随机调查20人，设其中能完成动作招式的人数为X，求使得$P(X=k)$最大的$k(k\in\mathbf{N}^*)$的值．

18. （17分）

在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右顶点为$T(2,0)$，过$E$的焦点且垂直于$x$轴的弦长为2．

（1）求E的方程；

（2）过点$H(1,0)$作斜率之积为1的两条不同的直线l_1,l_2，若l_1交E于A,B两点，l_2交E于C,D两点，M为AB的中点，直线MT与CD交于N点．

①证明：N为CD的中点；

②求$\triangle MON$面积的最大值．

19．（17分）

若简单多面体可以被分割成s $(s\geqslant 3)$个完全相同的小多面体，则称该简单多面体为“m—等和多面体”，其中$m=V+E+F$，V，E，F分别表示简单多面体的顶点数、棱数、面数. 记每个小多面体的顶点数、棱数、面数分别为v_i，e_i，f_i $(i=1,2,\cdots,s)$，$\sum\limits_{i=1}^{s}v_i=V+a$，$\sum\limits_{i=1}^{s}e_i=E+b$，$\sum\limits_{i=1}^{s}f_i=F+c$ (a，b，c为与分割方式有关的正整数).

（1）已知长方体是“26—等和多面体”，按分割方式：过长方体共顶点的三条棱的中点，各作一个与该棱垂直的平面，将长方体分割成若干个完全相同的小长方体，求该分割方式下s，a，b，c的值；

（2）判断正四面体$ABCD$是否为“m—等和多面体”．若是，请先描述一种分割方式，再求出该分割方式下m，s，a，b，c的值；若不是，请说明理由；

（3）若简单多面体是“m—等和多面体”，求分割后小多面体的个数s与a，b，c的等量关系.

参考公式：多面体欧拉定理可表示为“顶点数－棱数＋面数＝2”，即$V-E+F=2$.