学校：________________准考证号：________________姓名：________

福建省 2023 届高中毕业班适应性练习卷

数学

注意事项：

1. 答题前，学生务必在练习卷、答题卡规定的地方填写自己的学校、准考证号、姓名。学生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与学生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本练习卷上无效。
3. 答题结束后，学生必须将练习卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

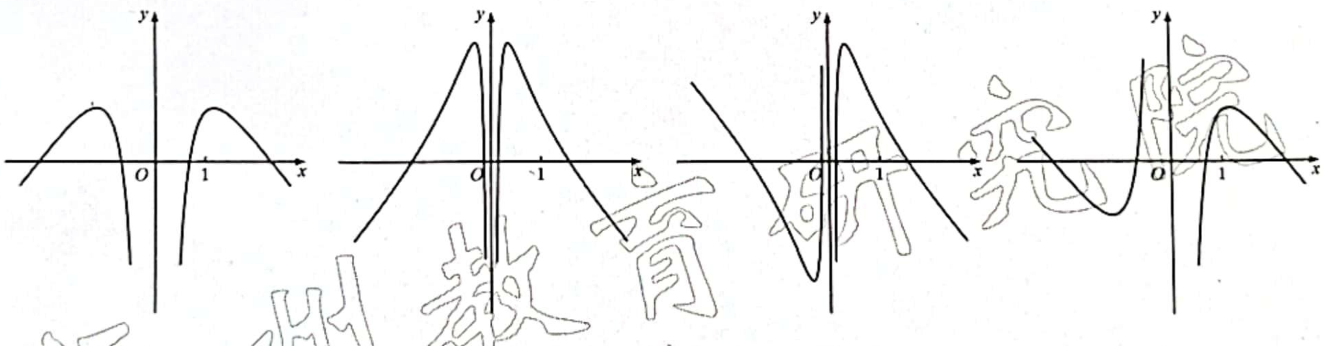
1．已知集合 $A=\{x\mid y=\lg x\}$，$B=\{y\mid y=x^2\}$，则

A．$A\cup B=\mathbf{R}$　　B．$\complement_{\mathbf{R}}A\subseteq B$　　C．$A\cap B=B$　　D．$A\subseteq B$

2．已知 z 是方程 $x^2-2x+2=0$ 的一个根，则 $|\overline{z}|=$

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

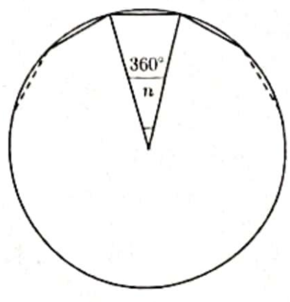
3．函数 $f(x)=\dfrac{\ln|x|-x^2+2}{x}$ 的图象大致为



A　　B　　C　　D

福州教育研究院

4．中国古代数学专著《九章算术》的第一章“方田”中载有“半周半径相乘得积步”，其大意为：圆的半周长乘以其半径等于圆面积．南北朝时期杰出的数学家祖冲之曾用圆内接正多边形的面积“替代”圆的面积，并通过增加圆内接正多边形的边数 n 使得正多边形的面积更接近圆的面积，从而更为“精确”地估计圆周率 π．据此，当 n 足够大时，可以得到 π 与 n 的关系为



A．$\pi\approx\dfrac{n}{2}\sin\dfrac{360^\circ}{n}$　　B．$\pi\approx n\sin\dfrac{180^\circ}{n}$

C．$\pi\approx n\sqrt{2\left(1-\cos\dfrac{360^\circ}{n}\right)}$　　D．$\pi\approx\dfrac{n}{2}\sqrt{1-\cos\dfrac{180^\circ}{n}}$

5．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的离心率为$\sqrt{5}$，左、右焦点分别为$F_1,F_2$，$F_2$关于$C$的一条渐近线的对称点为$P$．若$|PF_1|=2$，则$\triangle PF_1F_2$的面积为

A．2　　B．$\sqrt{5}$　　C．3　　D．4

6．中国救援力量在国际自然灾害中为拯救生命作出了重要贡献，很好地展示了国家形象、增进了国际友谊，多次为祖国赢得了荣誉．现有5支救援队前往A、B、C等3个受灾点执行救援任务，若每支救援队只能去其中的一个受灾点，且每个受灾点至少安排1支救援队，其中甲救援队只能去B、C两个受灾点中的一个，则不同的安排方法数是

A．72　　B．84　　C．88　　D．100

7．已知$a=\ln 2$，$b=e-\frac{1}{a}$，$c=2^e-a$，则

A．$b>c>a$　　B．$b>a>c$　　C．$c>a>b$　　D．$c>b>a$

8．已知$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx0.6827$，$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx0.9973$．今有一批数量庞大的零件．假设这批零件的某项质量指标ξ(单位：毫米)服从正态分布$N(5.40,0.05^2)$，现从中随机抽取N个，这N个零件中恰有K个的质量指标ξ位于区间$(5.35,5.55)$．若$K=45$，试以使得$P(K=45)$最大的N值作为N的估计值，则N为

A．45　　B．53　　C．54　　D．90

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9．已知向量$\boldsymbol{a}=(1,2)$，$\boldsymbol{b}=(-4,2)$，则

A．$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$　　B．$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$

C．$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{a}$上的投影向量是$-\boldsymbol{a}$　　D．$\boldsymbol{a}$在$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$上的投影向量是$(-3,4)$

10．已知函数$f(x)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x$（$\omega>0$）满足：$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2$，$f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=0$，则

A．曲线$y=f(x)$关于直线$x=\frac{7\pi}{6}$对称　　B．函数$y=f\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$是奇函数

C．函数$y=f(x)$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{7\pi}{6}\right)$单调递减　　D．函数$y=f(x)$的值域为$[-2,2]$

11．已知抛物线C的焦点为F，准线为l，点P在C上，PQ垂直l于点Q，直线QF与C相交于M,N两点．若M为QF的三等分点，则

A．$\cos\angle PQM=\frac{1}{2}$　　B．$\sin\angle QPM=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

C．$NF=QF$　　D．$PN=\sqrt{3}PQ$

12. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为1，M 为侧面 AA_1D_1D 上的点，N 为侧面 CC_1D_1D 上的点，则下列判断正确的是

A. 若 $BM=\frac{\sqrt{5}}{2}$，则 M 到直线 A_1D 的距离的最小值为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

B. 若 $B_1N\perp AC_1$，则 $N\in CD_1$，且直线 $B_1N//$ 平面 A_1BD

C. 若 $M\in A_1D$，则 B_1M 与平面 A_1BD 所成角正弦的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

D. 若 $M\in A_1D$，$N\in CD_1$，则 M,N 两点之间距离的最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

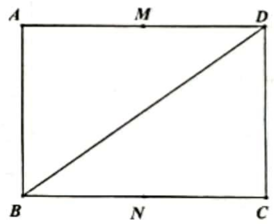
三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分，其中第16题第一空2分，第二空3分。

13. 写出过点 $(2,0)$ 且被圆 $x^2-4x+y^2-2y+4=0$ 截得的弦长为 $\sqrt{2}$ 的一条直线的方程_______.

14. 已知 $\{a_n\}$ 是单调递增的等比数列，$a_4+a_5=24$，$a_3a_6=128$，则公比 q 的值是_______.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^{-2x}-1,x\leqslant 0,\\ \frac{1}{2}\ln(x+1),x>0.\end{cases}$ 若 $x\left(f(x)-a|x|\right)\leqslant 0$，则 a 的取值范围是_______.

16. 如图，一张A4纸的长 $AD=2\sqrt{2}a$，宽 $AB=2a$，M,N 分别是 AD,BC 的中点．现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 折起，得到以 A,B,C,D 为顶点的三棱锥，则三棱锥 $A-BCD$ 的外接球 O 的半径为_______；在翻折的过程中，直线 MN 被球 O 截得的线段长的取值范围是_______.



四、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $b=2c\sin\left(A+\frac{\pi}{6}\right)$.

（1）求 C；

（2）若 $c=1$，D 为 $\triangle ABC$ 的外接圆上的点，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}^2$，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值.

18. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$，$a_2=8$，$a_{2n-1}+a_{2n+1}=\log_2 a_{2n}$，$a_{2n}a_{2n+2}=16^{a_{2n+1}}$.

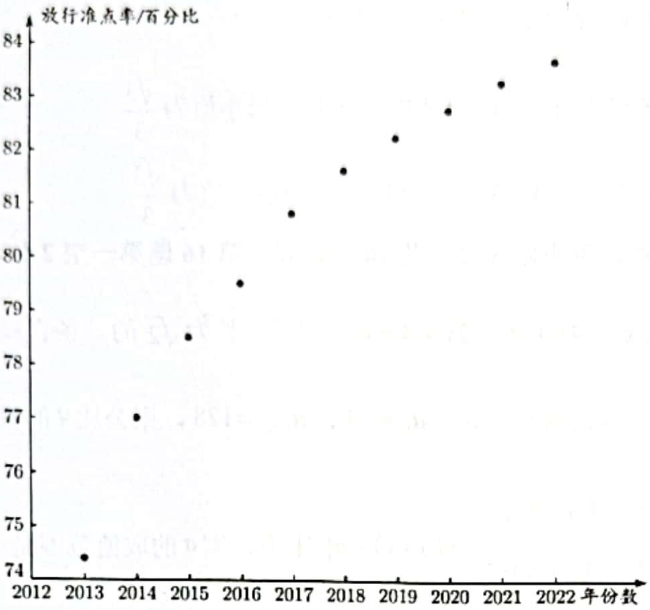
（1）证明：$\{a_{2n-1}\}$ 是等差数列；

（2）记 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_n>2023$，求 n 的最小值.

福州教育研究院

19．(12 分)

放行准点率是衡量机场运行效率和服务质量的重要指标之一．某机场自 2012 年起采取相关策略优化各个服务环节，运行效率不断提升．以下是根据近 10 年年份数 x_i 与该机场飞往 A 地航班放行准点率 $y_i(i=1,2,\cdots,10)$（单位：百分比）的统计数据所作的散点图及经过初步处理后得到的一些统计量的值．



$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{t}$	$\sum_{i=1}^{10}x_i^2$	$\sum_{i=1}^{10}x_iy_i$	$\sum_{i=1}^{10}t_i^2$	$\sum_{i=1}^{10}t_iy_i$
2017.5	80.4	1.5	40703145.0	1621254.2	27.7	1226.8

其中 $t_i=\ln(x_i-2012)$，$\bar{t}=\dfrac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}t_i$．

（1）根据散点图判断，$y=bx+a$ 与 $y=c\ln(x-2012)+d$ 哪一个适宜作为该机场飞往 A 地航班放行准点率 y 关于年份数 x 的经验回归方程类型（给出判断即可，不必说明理由），并根据表中数据建立经验回归方程，由此预测 2023 年该机场飞往 A 地的航班放行准点率．

（2）已知 2023 年该机场飞往 A 地、B 地和其他地区的航班比例分别为 0.2、0.2 和 0.6．若以（1）中的预测值作为 2023 年该机场飞往 A 地航班放行准点率的估计值，且 2023 年该机场飞往 B 地及其他地区（不包含 A、B 两地）航班放行准点率的估计值分别为 80%和 75%，试解决以下问题：

（i）现从 2023 年在该机场起飞的航班中随机抽取一个，求该航班准点放行的概率；

（ii）若 2023 年某航班在该机场准点放行，判断该航班飞往 A 地、B 地、其他地区等三种情况中的哪种情况的可能性最大，说明你的理由．

附：（1）对于一组数据 $(u_1,v_1),(u_2,v_2),\cdots,(u_n,v_n)$，其回归直线 $v=\alpha+\beta u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为 $\hat{\beta}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}u_iv_i-n\bar{u}\bar{v}}{\sum_{i=1}^{n}u_i^2-n\bar{u}^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$；

（2）参考数据：$\ln10\approx2.30$，$\ln11\approx2.40$，$\ln12\approx2.48$．

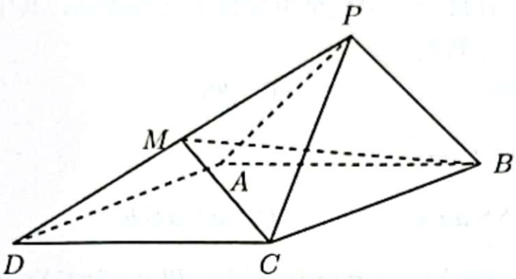
福州教育研究院

20．(12分)

如图，已知四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为菱形，且 $\angle ABC=60^\circ$，$AB=PC=2$，$PA=PB=\sqrt{2}$．M 是棱 PD 上的点，且四面体 $MPBC$ 的体积为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$．

（1）证明：$PM=MD$；

（2）若过点 C,M 的平面 α 与 BD 平行，且交 PA 于点 Q，求平面 BCQ 与平面 $ABCD$ 夹角的余弦值．



21．(12分)

已知圆 A_1：$(x+1)^2+y^2=16$，直线 l_1 过点 $A_2(1,0)$ 且与圆 A_1 交于点 B,C，BC 中点为 D，过 A_2C 中点 E 且平行于 A_1D 的直线交 A_1C 于点 P，记 P 的轨迹为 Γ．

（1）求 Γ 的方程；

（2）坐标原点 O 关于 A_1,A_2 的对称点分别为 B_1,B_2，点 A_1,A_2 关于直线 $y=x$ 的对称点分别为 C_1,C_2，过 A_1 的直线 l_2 与 Γ 交于点 M,N，直线 B_1M,B_2N 相交于点 Q．请从下列结论中，选择一个正确的结论并给予证明．

①$\triangle QB_1C_1$ 的面积是定值；②$\triangle QB_1B_2$ 的面积是定值；③$\triangle QC_1C_2$ 的面积是定值．

22．(12分)

已知函数 $f(x)=(x+a)\mathrm{e}^x, a\in\mathbf{R}$．

（1）讨论 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 的单调性；

（2）是否存在 a,x_0,x_1，且 $x_0\neq x_1$，使得曲线 $y=f(x)$ 在 $x=x_0$ 和 $x=x_1$ 处有相同的切线？证明你的结论．

福州教育研究院