2024年漳州市初中毕业班适应性练习

数　学

（满分：150分；时间：120分钟）

友情提示：请把所有答案填写（涂）到答题纸上！请不要错位、越界答题！！

注意：在解答题中，凡是涉及到画图，可先用铅笔画在答题纸上，然后必须用黑色签字笔重描确认，否则无效．

一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列实数中，最小的数是

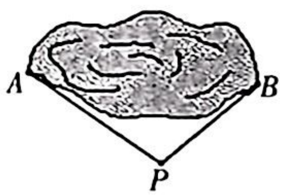
A. π　　B. 1　　C. 0　　D. -1

2.《清朝野史大观·清代述异》称："中国讲求烹茶，以闽之汀、漳、泉三府，粤之潮州府功夫茶为最．"如图是喝功夫茶的茶杯，关于该茶杯的三视图，下列说法正确的是

A. 主视图与左视图相同　　B. 主视图与俯视图相同

C. 左视图与俯视图相同　　D. 三视图都相同

3. 如图所示，为估计池塘两岸A，B间的距离，小华在池塘一侧选取一点P，测得$PA = 8$m，$PB = 6$m，那么A，B之间的距离不可能是



A. 8m　　B. 10m

C. 12m　　D. 14m

4. 2024年春节假期我市旅游总收入31.63亿元，同比增长52.9%．将数据3 163 000 000用科学记数法表示为

A. 3163×10^{6}　　B. 3.163×10^{9}

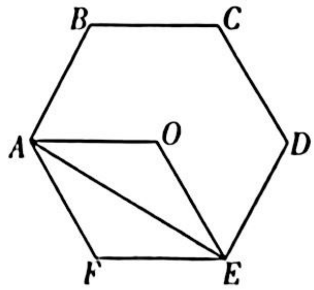
C. 3.163×10^{10}　　D. 0.3163×10^{10}

5. 下列等式正确的是

A. $(ab)^2 = ab^2$　　B. $a^6\div a^2 = a^9\div a^3$

C. $(a^3)^2 = (a^2)^3$　　D. $(3a)^2 = 6a^2$

6. 如图，点O为正六边形$ABCDEF$的中心，则$\angle OAE$的度数为



A. 18°　　B. 30°

C. 32°　　D. 60°

7. 《步辇图》是唐朝画家阎立本的作品．如图是它的局部画面，装裱前是一个长为54cm，宽为27cm的矩形，装裱后，整幅图画宽与长的比是11∶20，且四周边框的宽度相等，则边框的宽度应是多少cm？设边框的宽度为$x$cm，下列符合题意的方程是

A. $\dfrac{27-x}{54-x}=\dfrac{11}{20}$　　B. $\dfrac{27+x}{54+x}=\dfrac{11}{20}$

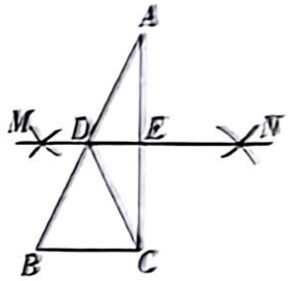
C. $\dfrac{27-2x}{54-2x}=\dfrac{11}{20}$　　D. $\dfrac{27+2x}{54+2x}=\dfrac{11}{20}$

8. 如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$.

阅读以下作图步骤：

①分别以点A，C为圆心，大于$\frac{1}{2}AC$的长为半径作弧，两弧相交于点M，N；

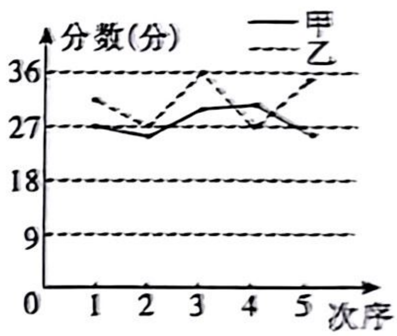
②作直线MN，交AB于点D，交AC于点E，连接CD.



根据以上作图，下列结论不一定正确的是

A. $AD=CD$　　B. $AB=2CD$　　C. $AB=2BC$　　D. $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle ADE}$

9. 如图是甲、乙两位同学在参加体育中考前的5次体能测试成绩折线统计图，下列说法正确的是



A. 甲的平均成绩较低且稳定

B. 乙的平均成绩较低且稳定

C. 甲的平均成绩较高且稳定

D. 乙的平均成绩较高且稳定

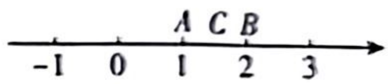
10. 已知抛物线$y=(x+1)(x-m)$（m为常数，$m>1$）与x轴交于点A，B（点A在点B左边），与y轴交于点C，连接BC，抛物线的对称轴与BC交于点Q，与x轴交于点E，连接AQ，OQ（O为原点），下列结论中错误的是

A. $\dfrac{OA}{OB}=\dfrac{1}{m}$　　B. 抛物线的对称轴是直线$x=\dfrac{m-1}{2}$

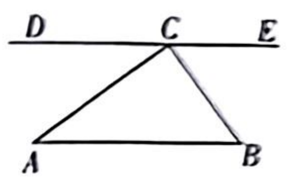
C. 若$AQ=3CQ$，则$m=3$　　D. 若△OEQ与△OAC相似，则m的值为$\sqrt{2}+1$

二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分。

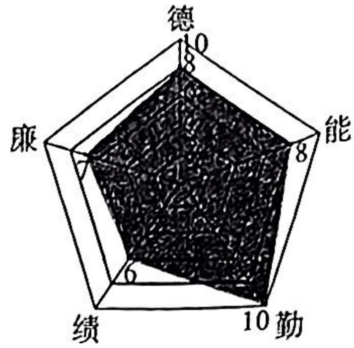
11. 如图，点C在线段AB上，且表示一个无理数c，则c可以是________.（写出一个即可）



12. 如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，过点C作$DE\parallel AB$，若$\angle B=55°$，则$\angle ACD$等于________度.

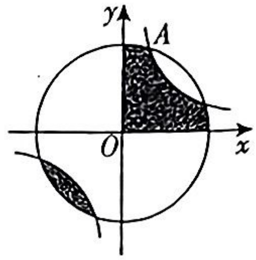


13. 某公司从德、能、勤、绩、廉等五方面按3∶2∶1∶2∶2对员工进行年终考评. 公司某职员在2023年度五个方面得分如图所示，则该职员的年终考评为________分.



14. 已知关于x，y的方程组$\begin{cases} x+y=k, \\ x-3y=k+2 \end{cases}$的解满足$x-y=2$，则$k$的值为________.

15. 如图，⊙O与反比例函数$y=\dfrac{3}{x}$的图象交于点$A(1,a)$，则图中阴影部分的面积是________.



16. 如图，在正方形$ABCD$中，点O是对角线AC，BD的交点，点E在边CD上，连接BE，交OC于点G，过点C作$CF\perp BE$，垂足为点F，连接OF. 现给出以下结论：

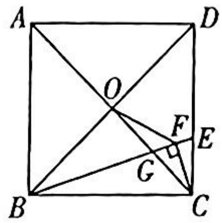
①$\angle BFO=45°$；

②BE平分$\angle CBD$；

③$\triangle BOF\backsim\triangle BED$；

④若$DE=2CE$，则点G是OC的中点.

其中正确的是________.（写出所有正确结论的序号）



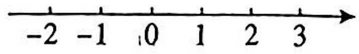
三、解答题：本题共9小题，共86分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（8分）

计算：$|-1|-2024^0+(\dfrac{1}{3})^{-1}$.

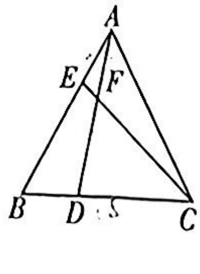
18.（8分）

解不等式$\dfrac{x}{2}+\dfrac{x+1}{3}\geqslant 2$，并把它的解集表示在数轴上.



19.（8分）

如图，在等边$\triangle ABC$中，点D，E分别在边BC，AB上，且$BD=AE$，AD与CE交于点F，求证：$AD=CE$.



20.（8分）

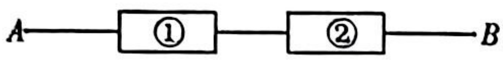
先化简，再求值：$(1-\dfrac{1}{x-2})\div\dfrac{x^2-6x+9}{x-2}$，其中$x=\sqrt{2}+3$.

21.（8 分）

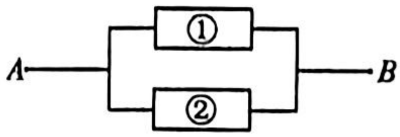
如图所示，用 2 个电子元件①、②组成一个电路系统，有两种连接方案可供选择，当且仅当从 A 到 B 的电路为通路状态时，系统正常工作，系统正常工作的概率称为该系统的可靠性. 这 2 个电子元件中，每个元件正常工作分别记为：R_1，R_2，每个元件正常工作的概率均为$\frac{1}{2}$，每个元件不能正常工作分别记为：$\overline{R_1}$，$\overline{R_2}$，且能否正常工作互相不影响. 当某元件不能正常工作时，该元件在电路中将形成断路.

（1）请列出方案 1 中从 A 到 B 的电路的所有情况，并求出该电路为断路的概率；

（2）根据电路系统正常工作的概率，说明哪种连接方案更稳定可靠.



方案1



方案2

22.（10 分）

甲、乙两家商店以同样的价格出售品质相同的枇杷，枇杷单价均是40元/kg且包邮. 在直播带货活动中，甲商店的优惠方案是一律打九折；乙商店的优惠方案如下表(a 为常数)：

一次性购买质量 x(kg)	优惠方案
$x \leqslant a$	不优惠
$x > a$	超过 $a$kg 的部分打七五折

设购买枇杷 $x$kg，$y_{甲}$，$y_{乙}$(单位：元) 分别表示顾客到甲、乙两家商店购买枇杷的费用.

（1）写出 $y_{甲}$，$y_{乙}$ 关于 x 的函数表达式；

（2）在此次活动中，小丽在两家商店分别购买 10kg 的枇杷，结果费用相同，求 a 的值；

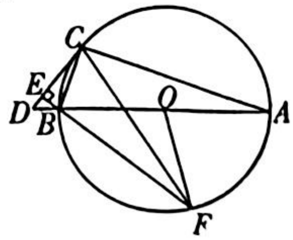
（3）请你帮助顾客设计一个购买方案，选择哪家商店更合算？

23.（10 分）

如图，⊙O 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，AB 是 ⊙O 的直径，切线 CD 交 AB 的延长线于点 D，$BE \perp CD$，垂足为点 E，延长 EB 交 ⊙O 于点 F，连接 OF，CF.

（1）求证：CF 平分 $\angle BFO$；

（2）若 ⊙O 的半径为 4，$BE = \frac{4}{5}$，求 $\tan A$ 的值.



24. （12分）

在数学活动课中，老师组织学生开展“如何通过折纸的方法，确定矩形纸片长边上的一个三等分点”的探究活动.

【操作探究】

“求知”小组经过一番思考和讨论交流后，进行了如下操作，如图1.

第1步：先将矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 对折，展开铺平，折痕为 BD；

第2步：将边 AD 以某一合适长度向右翻折3次，折痕 IJ 与 BD 交于点 K；

第3步：过点 K 折叠矩形纸片，使折痕 $LM\parallel AB$，LM 交 EF 于点 N；

第4步：延长 DN 交边 AB 于点 P，则点 P 为边 AB 的三等分点.

证明过程如下：

由题意，得 $LN=\dfrac{1}{3}LK$.

$\because LM\parallel AB$，$\therefore \angle DLN=\angle A$，$\angle DNL=\angle DPA$.

$\therefore$ ______①______.

$\therefore \dfrac{DL}{DA}=\dfrac{LN}{AP}$. 同理，得 $\dfrac{DL}{DA}=\dfrac{LK}{AB}$.

$\therefore$ ______②______.

$\therefore \dfrac{AP}{AB}=\dfrac{LN}{LK}=\dfrac{1}{3}$. 则点 P 为边 AB 的三等分点.

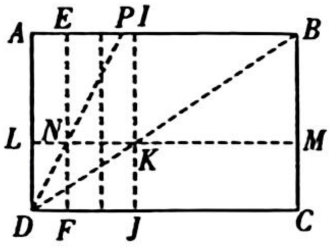


图1

“励志”小组的操作如下，如图2.

第1步：先将矩形纸片 $ABCD$ 沿对角线 BD 对折，展开铺平，折痕为 BD；

第2步：再将矩形纸片对折，使点 A 和点 B 重合，展开铺平，折痕为 EF；

第3步：沿 CE 折叠矩形纸片，折痕 CE 交 BD 于点 G；

第4步：过点 G 折叠矩形纸片，使折痕 $MN\parallel AD$.

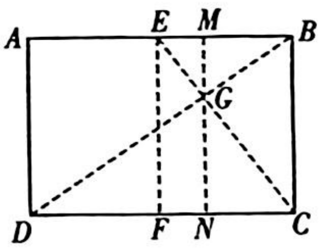


图2

【过程思考】

(1) 补全“求知”小组证明过程中①②所缺的内容；

(2)“励志”小组经过上述操作，认为点 M 为边 AB 的三等分点. 请你判断“励志”小组的结论是否正确，并说明理由.

【拓展应用】

(3) 如图3，将矩形纸片 $ABCD$ 对折，使点 A 和点 B 重合，展开铺平，折痕为 EF，将边 BC 沿 CE 翻折到 GC 的位置，过点 G 折叠矩形纸片，使折痕 $MN\parallel AD$，若点 M 为边 AB 的三等分点，求 $\dfrac{AB}{BC}$ 的值.

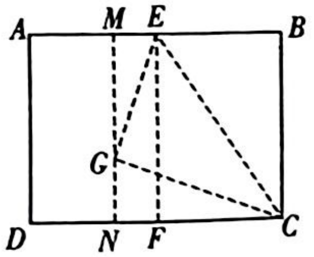


图3

25. (14 分)

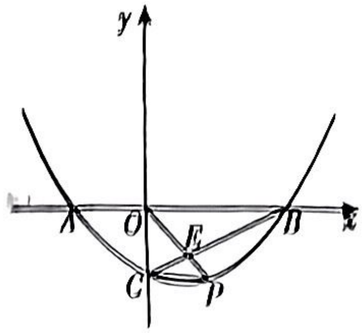
如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$ 和点 B，交 y 轴负半轴于点 C，对称轴在 y 轴的右边，$OB=2OC$，点 P 是直线 BC 下方抛物线上的点，连接 OP 交 BC 于点 E，连接 PC，记 $\triangle PEC$，$\triangle OEC$ 的面积分别为 S_1，S_2。

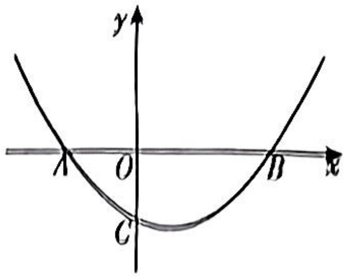
(1) 当抛物线的对称轴为直线 $x=1$ 时，

① 求抛物线的函数表达式；

② 当 $\dfrac{S_1}{S_2}$ 的值最大时，求此时点 P 的坐标；

(2) 点 M，N 是 x 轴下方抛物线上的两点(点 M 在点 N 的左边)，且点 M，N 关于对称轴对称，$AN\perp BM$，求 b 的取值范围。





备用图

2024年漳州市初中毕业班适应性练习

数学参考答案及评分建议

一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分。

1. D	2. A	3. D	4. B	5. C
6. B	7. D	8. C	9. A	10. C

二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分。

11. $\sqrt{2}$（答案不唯一）　　12. 35　　13. 7.6

14. 1　　15. $\frac{5}{2}\pi$　　16. ①③④

三、解答题：本题共9小题，共86分。

17.（8分）

解：原式 $=1-1+3$ ……………………………… 6分

$=3.$ ……………………………… 8分

18.（8分）

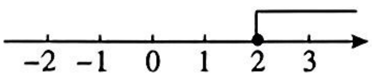
解：$3x+2(x+1)\geqslant 12.$ ……………………………… 2分

$3x+2x+2\geqslant 12.$ ……………………………… 4分

$5x\geqslant 10.$ ……………………………… 6分

$x\geqslant 2.$ ……………………………… 7分

这个不等式的解集在数轴上表示如下图所示：



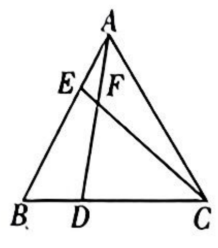
……………………………… 8分

（其他解法参照给分）

19.（8分）

证明：∵ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴ $AB=AC$，$\angle B=\angle CAE.$ ……………………………… 4分



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CAE$ 中，

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle B=\angle CAE, \\ BD=AE, \end{cases}$$

∴ $\triangle ABD\cong\triangle CAE.$ ……………………………… 6分

∴ $AD=CE.$ ……………………………… 8分

（其他解法参照给分）

20.（8分）

解：原式$=\frac{x-3}{x-2}\div\frac{(x-3)^2}{x-2}$ …………………………………………… 4分

$=\frac{x-3}{x-2}\cdot\frac{x-2}{(x-3)^2}$ …………………………………………………… 5分

$=\frac{1}{x-3}$. …………………………………………………………………… 6分

当$x=\sqrt{2}+3$时，

原式$=\frac{1}{\sqrt{2}+3-3}$ ………………………………………………………… 7分

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$. ……………………………………………………………………… 8分

（其他解法参照给分）

21.（8分）

解：(1) 方案1所有情况如下表：

② / ①	R_2	$\overline{R_2}$
R_1	(R_1, R_2)	$(R_1, \overline{R_2})$
$\overline{R_1}$	$(\overline{R_1}, R_2)$	$(\overline{R_1}, \overline{R_2})$

…………………………………… 2分

从A到B的电路共4种等可能结果，其中该电路为断路的有3种，

所以该电路为断路的概率为$\frac{3}{4}$. ………………………………………………… 4分

(2) 由(1)得，方案1中电路系统正常工作的概率为$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$. …………… 5分

方案2中从A到B的电路的所有可能结果为(R_1, R_2)，$(R_1, \overline{R_2})$，$(\overline{R_1}, R_2)$，$(\overline{R_1}, \overline{R_2})$，共4种等可能结果，其中电路系统正常工作有3种，所以方案2中电路系统正常工作的概率为$\frac{3}{4}$. ………………………………………………… 7分

$\because \frac{1}{4}<\frac{3}{4}$，

$\therefore$ 方案2更稳定可靠． ………………………………………………………… 8分

（其他解法参照给分）

22.（10分）

解：（1）由题意，得 $y_{甲} = 0.9 \times 40x = 36x$. …………………………………… 1分

当 $x \leqslant a$ 时，$y_{乙} = 40x$. …………………………………………………… 2分

当 $x > a$ 时，$y_{乙} = 40a + 0.75 \times 40(x - a) = 30x + 10a$. ………………… 3分

（2）当 $x = 10$ 时，$y_{甲} = 36 \times 10 = 360$.

若 $a \geqslant 10$ 时，$y_{乙} = 40 \times 10 = 400$.

则 $y_{甲} \neq y_{乙}$，不符合题意，舍去．…………………………………………… 4分

$\therefore a < 10$. ……………………………………………………………………… 5分

当 $x = 10$ 时，$y_{乙} = 30 \times 10 + 10a = 300 + 10a$.

$\because y_{甲} = y_{乙}$，

$\therefore 360 = 300 + 10a$. ……………………………………………………………… 6分

$\therefore a = 6$. ……………………………………………………………………………… 7分

（3）方案如下：

当顾客购买枇杷小于 10kg 时，选择甲商店更合算；……………………… 8分

当顾客购买枇杷 10kg 时，甲或乙商店费用相同；………………………… 9分

当顾客购买枇杷大于 10kg 时，选择乙商店更合算．……………………… 10分

（其他解法参照给分）

23.（10分）

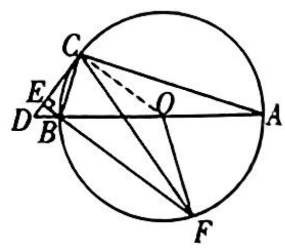
（1）证明：连接 OC.

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore OC \perp CD$. …………………………………………………………………… 1分

$\because BE \perp CD$，

$\therefore BE \parallel OC$.



$\therefore \angle OCF = \angle CFE$. ………………………………… 2分

$\because OC = OF$，

$\therefore \angle OCF = \angle CFO$.

$\therefore \angle CFE = \angle CFO$. ……………………………………………………………… 3分

$\therefore CF$ 平分 $\angle BFO$. ……………………………………………………………… 4分

（2）解：$\because BE \parallel OC$，

$\therefore \triangle DBE \backsim \triangle DOC$.

$\therefore \dfrac{DB}{DO} = \dfrac{BE}{OC}$. ………………………………………………………………… 5分

$\because \odot O$ 的半径为 4，$BE = \dfrac{4}{5}$，

$\therefore \dfrac{DB}{DB+4} = \dfrac{\frac{4}{5}}{4}$，解得 $DB = 1$. ……………………………………………… 6分

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90°$.

$\therefore \angle BCO + \angle ACO = 90°$.

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle BCO + \angle BCD = 90°$.

$\therefore \angle ACO = \angle BCD$. …………………………………………………………… 7分

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle ACO = \angle CAO$.

$\therefore \angle BCD = \angle CAO$. …………………………………………………………… 8分

$\because \angle D = \angle D$,

$\therefore \triangle CBD \backsim \triangle ACD$.

$\therefore \dfrac{BD}{CD} = \dfrac{CD}{AD} = \dfrac{BC}{CA}$，即$\dfrac{1}{CD} = \dfrac{CD}{9} = \dfrac{BC}{CA}$. …………………………………… 9分

$\therefore CD = 3$.

$\therefore \tan A = \dfrac{BC}{CA} = \dfrac{1}{3}$. …………………………………………………………… 10分

（其他解法参照给分）

24.（12分）

解：(1) ①$\triangle DLN \backsim \triangle DAP$. …………………………………………………………… 2分

②$\dfrac{LN}{AP} = \dfrac{LK}{AB}$. …………………………………………………………………… 4分

(2)“励志”小组的结论正确，理由如下：

在矩形 $ABCD$ 中，$AB \parallel CD$，$AB = CD$.

由折叠，得点 E 是边 AB 的中点，点 F 是边 CD 的中点，

$\therefore EB = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}DC$.

$\because AB \parallel CD$，$\therefore \angle EBG = \angle CDG$，$\angle BEG = \angle DCG$.

$\therefore \triangle EBG \backsim \triangle CDG$.

$\therefore \dfrac{EB}{CD} = \dfrac{BG}{DG} = \dfrac{1}{2}$. …………………………………………………………… 5分

$\because MN \parallel AD$,

$\therefore \angle BMG = \angle BAD$，$\angle BGM = \angle BDA$.

$\therefore \triangle BMG \backsim \triangle BAD$.

$\therefore \dfrac{MB}{AB} = \dfrac{BG}{BD} = \dfrac{1}{2+1} = \dfrac{1}{3}$. …………………………………………………… 7分

$\therefore$ 点 M 是边 AB 的三等分点. …………………………………………………… 8分

(3) 方法一：

由折叠，得 $AE = BE$.

$\because$ 点 M 为边 AB 的三等分点，

$\therefore AM = \frac{1}{3}AB$.

设 $AM = a$，则 $AB = 3a$，$BE = \frac{3}{2}a$，$MB = 2a$.

由折叠性质，得 $\triangle CBE \cong \triangle CGE$.

$\therefore EB = EG = \frac{3}{2}a$，$CB = CG$. ………………………………………………………… 9分

$\because MN \parallel AD$，$\therefore \angle BMG = \angle A = \angle B = 90°$.

$\therefore \angle BMG = \angle B = \angle BCN = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $MBCN$ 是矩形.

$\therefore MN = BC$，$MB = CN = 2a$.

由勾股定理，得 $MG = \sqrt{EG^2 - ME^2} = \sqrt{(\frac{3}{2}a)^2 - (\frac{1}{2}a)^2} = \sqrt{2}a$. ……… 10分

设 $BC = x$，则 $GN = x - \sqrt{2}a$.

$\because \angle MGE + \angle MEG = 90°$，$\angle MGE + \angle CGN = 90°$，

$\therefore \angle MEG = \angle CGN$.

$\because \angle EMG = \angle GNC = 90°$，

$\therefore \triangle EMG \backsim \triangle GNC$.

$\therefore \frac{EG}{GC} = \frac{EM}{GN}$. ………………………………………………………………………… 11分

$\therefore \frac{\frac{3}{2}a}{x} = \frac{\frac{1}{2}a}{x - \sqrt{2}a}$，解得 $x = \frac{3\sqrt{2}}{2}a$.

$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{3a}{\frac{3\sqrt{2}}{2}a} = \sqrt{2}$. ……………………………………………………………… 12分

方法二：

由折叠，得 $AE = BE$.

$\because$ 点 M 为边 AB 的三等分点，

$\therefore AM = \frac{1}{3}AB$.

设 $AM = a$，则 $AB = 3a$，$BE = \frac{3}{2}a$，$MB = 2a$.

由折叠性质，得 $\triangle CBE \cong \triangle CGE$.

$\therefore EB = EG = \dfrac{3}{2}a$，$CB = CG$. ………………………………………… 9分

$\because MN \parallel AD$，

$\therefore \angle BMG = \angle A = \angle B = 90°$. $\therefore \angle BMG = \angle B = \angle BCN = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $MBCN$ 是矩形 .

$\therefore MN = BC$，$MB = CN = 2a$.

由勾股定理，得 $MG = \sqrt{EG^2 - ME^2} = \sqrt{(\dfrac{3}{2}a)^2 - (\dfrac{1}{2}a)^2} = \sqrt{2}a$. ……… 10分

设 $BC = x$，则 $GN = x - \sqrt{2}a$.

由勾股定理，得 $CN^2 + GN^2 = CG^2$. $\therefore (2a)^2 + (x - \sqrt{2}a)^2 = x^2$.

解得 $x = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a$. ………………………………………… 11分

$\therefore \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{3a}{\dfrac{3\sqrt{2}}{2}a} = \sqrt{2}$. ………………………………………… 12分

(其他解法参照给分)

25. (14分)

解：(1) ①$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$，$A(-2, 0)$，

$\therefore B(4, 0)$. ………………………………………… 1分

$\because OB = 2OC$，点 C 在 y 轴负半轴上，

$\therefore C(0, -2)$，即 $c = -2$. ………………………………………… 2分

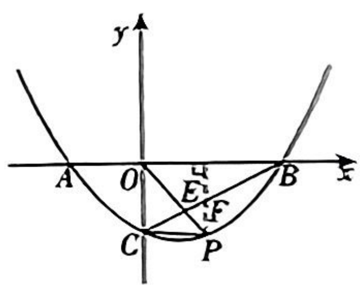
$\because$ 点 A，B 在抛物线上，

$\therefore \begin{cases} 4a - 2b - 2 = 0, \\ 16a + 4b - 2 = 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = \dfrac{1}{4}, \\ b = -\dfrac{1}{2}. \end{cases}$ ………………………………………… 3分

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y = \dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}x - 2$. ………………………… 4分

②$\because B(4, 0)$，$C(0, -2)$，

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = \dfrac{1}{2}x - 2$. ……… 5分



过点 P 作 $PF \perp x$ 轴，交 BC 于点 F，

设 $P(m, \dfrac{1}{4}m^2 - \dfrac{1}{2}m - 2)$.

$\therefore F(m, \dfrac{1}{2}m - 2)$，$OC \parallel PF$.

$\therefore PF = \frac{1}{2}m - 2 - (\frac{1}{4}m^2 - \frac{1}{2}m - 2) = -\frac{1}{4}(m-2)^2 + 1.$ ……………… 6分

$\because OC \parallel PF$，$\therefore \triangle OCE \backsim \triangle PFE.$

$\therefore \frac{PE}{OE} = \frac{PF}{OC}.$

$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{PE}{OE} = \frac{PF}{OC} = \frac{PF}{2} = -\frac{1}{8}(m-2)^2 + \frac{1}{2}.$ ……………………………… 7分

$\because -\frac{1}{8} < 0,$

$\therefore$ 当 $m = 2$ 时，$\frac{S_1}{S_2}$ 的值最大，此时 $P(2, -2).$ ……………………………… 8分

（2）方法一：

根据题意，得 $C(0, c)$，$B(-2c, 0)$，$c < 0$，

$\therefore y = a(x+2)(x+2c)$

$\because$ 点 C 在抛物线上，

$\therefore c = a(0+2)(0+2c)$，解得 $a = \frac{1}{4}.$ ……………………………………………… 9分

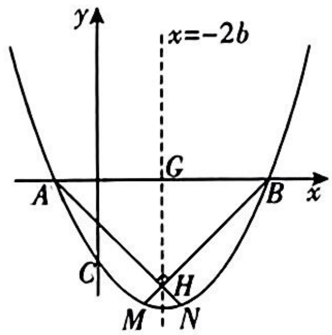
$\therefore$ 对称轴是直线 $x = \frac{b}{-2 \times \frac{1}{4}} = \frac{-2-2c}{2}.$ $\therefore c = 2b - 1.$

$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 + bx + 2b - 1 = \frac{1}{4}(x+2b)^2 - b^2 + 2b - 1$，$B(2-4b, 0).$

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标为 $(-2b, -b^2 + 2b - 1).$ ………………………………… 10分

$\because$ 对称轴在 y 轴的右侧，$\therefore -2b > 0$，解得 $b < 0.$ ……………………… 11分

令对称轴直线 $x = -2b$ 与 x 轴交于点 G，AN 与 BM 交于点 $H.$



$\because$ 点 M，N 关于对称轴对称，点 A，B 关于对称轴对称，$AN \perp BM$，

$\therefore$ 点 H 在直线 $x = -2b$ 上，$\angle AHB = 90°$，$AG = BG.$

$\therefore GH = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}[2 - 4b - (-2)] = 2 - 2b.$

$\therefore H(-2b, 2b-2).$ ………………………………………………………………… 12分

$\because$ 点 M 在点 N 的左边，且都在 x 轴下方，

$\therefore$ 点 H 在抛物线顶点的上方，在 x 轴下方.

$\therefore \begin{cases} 2b - 2 < 0, \\ 2b - 2 > -b^2 + 2b - 1, \end{cases}$ 解得 $b < -1.$ ……………………………… 13分

$\therefore b$ 的取值范围为 $b < -1.$ ……………………………………………………… 14分

方法二：

根据题意，得 $C(0,c)$，$B(-2c,0)$，$c<0$.

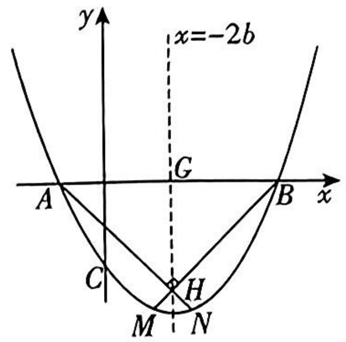
$\therefore y=a(x+2)(x+2c)$.

$\because$ 点 C 在抛物线上，

$\therefore c=a(0+2)(0+2c)$，解得 $a=\dfrac{1}{4}$. ………………………………………… 9分

$\therefore$ 对称轴是直线 $x=\dfrac{b}{-2\times\dfrac{1}{4}}=\dfrac{-2-2c}{2}$. $\therefore c=2b-1$.

$\therefore y=\dfrac{1}{4}x^2+bx+2b-1$. …………………… 10分



令对称轴直线 $x=-2b$ 与 x 轴交于点 G，AN 与 BM 交于点 H.

$\because$ 点 M，N 关于对称轴对称，点 A，B 关于对称轴对称，

$\therefore$ 点 H 在对称轴上.

$\because AN\perp BM$，$\therefore \angle AHB=90^\circ$，$AH=BH$.

$\therefore \triangle AHB$ 是等腰直角三角形.

$\because A(-2,0)$，

$\therefore$ 直线 AN 的解析式为：$y=-x-2$. ………………………………… 11分

由 $\begin{cases} y=-x-2, \\ y=\dfrac{1}{4}x^2+bx+2b-1, \end{cases}$ 得 $\dfrac{1}{4}x^2+bx+2b-1=-x-2$.

$\therefore \dfrac{1}{4}x^2+(b+1)x+2b+1=0$. ………………………………………… 12分

设点 N 的横坐标为 n，

$\therefore -2+n=-\dfrac{b+1}{\dfrac{1}{4}}=-4b-4$.

$\therefore n=-4b-2$. ………………………………………………………… 13分

$\because$ 点 N 在对称轴的右边，

$\therefore -4b-2>-2b$，解得 $b<-1$.

$\because$ 对称轴在 y 轴的右边，

$\therefore -2b>0$，解得 $b<0$.

$\therefore b$ 的取值范围为 $b<-1$. ……………………………………………… 14分

（其他解法参照给分）