（在此卷上答题无效）

2023–2024学年三明市初中毕业班第二次教学质量监测

数　学

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共8页．满分150分，考试时间120分钟．

注意事项：

1.答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息．考生要认真核对答题卡上的“准考证号、姓名”与考生本人准考证号、姓名是否一致．

2.选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．非选择题答案用0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上答题无效．

3.作图可先使用2B铅笔画出，确定后必须用0.5毫米黑色墨水签字笔描黑．

4.考试结束，考生必须将答题卡交回．

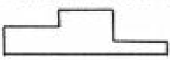
第Ⅰ卷

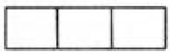
一、选择题：本题共10小题，每小题4分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

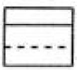
1.下列各数中，无理数是

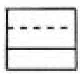
A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. 0　　D. -3

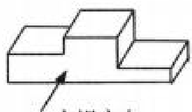
2.某运动会颁奖台如图所示，它的俯视图是

A. 

B. 

C. 

D. 



主视方向

3.某校对学生到校方式进行调查并绘制如下统计图，若该校学生总数600人，则骑车到校的学生有

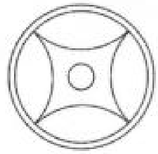
A. 120人　　B. 150人

C. 210人　　D. 270人

4.一元一次不等式组$\begin{cases} x-2>1, \\ x<4 \end{cases}$的解集为

A. $x>3$　　B. $x<4$　　C. $-1<x<4$　　D. $3<x<4$

5. 瓷器上的纹饰是中国古代传统文化的重要载体之一，如图所示的图形是某瓷器上的纹饰，该图形是轴对称图形，其对称轴的条数为



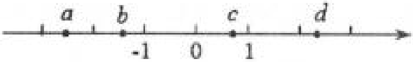
A. 1　　　　B. 2

C. 4　　　　D. 8

6. 实数a,b,c,d在数轴上对应点的位置如图所示，这四个数中绝对值最小的是

A. a　　　　B. b

C. c　　　　D. d

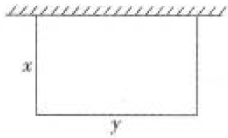


7. 下列计算正确的是

A. $2m\times 3m=6m$　　　　B. $2(m-n)=2m-n$

C. $(m+2n)^2=m^2+4n^2$　　　　D. $(m+3)(m-3)=m^2-9$

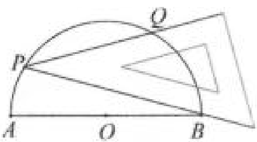
8. 某学校开展劳动教育开垦出一块矩形菜地，菜地的一边靠墙，另外三边用木栏围成，木栏总长为40 m. 如图所示，设矩形菜地一边长为x m，另一边长为y m，当x在一定范围内变化时，y随x的变化而变化，则y与x满足的函数关系是



A. 正比例函数关系　　　　B. 一次函数关系

C. 反比例函数关系　　　　D. 二次函数关系

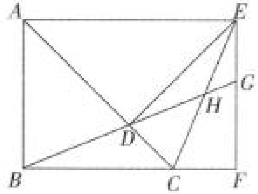
9. AB为半圆O的直径，现将一块含30°的直角三角板如图放置，30°角的顶点P在半圆上，斜边经过点B，一条直角边交半圆O于点Q. 若AB=6，则$\overset{\frown}{BQ}$的长为



A. $\dfrac{\pi}{2}$　　　　B. $\dfrac{2\pi}{3}$

C. π　　　　D. $\dfrac{3\pi}{2}$

10. 如图，在△ABC中，∠ABC=90°，BA=BC，把△ABC绕点A逆时针旋转得到△ADE，点D与点B对应，点D恰好落在AC上，过E作EF∥AB交BC的延长线于点F，连接BD并延长交EF于点G，连接CE交BG于点H. 下列结论：①$BD=DG$；②$CE=\sqrt{2}\,BD$；③$CH=EH$；④$FG=\sqrt{2}\,EG$. 其中正确的有



A. 4个　　　　B. 3个

C. 2个　　　　D. 1个

第Ⅱ卷

注意事项：

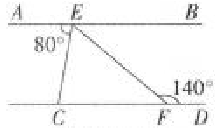
1.用0.5毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在试题卷上作答，答案无效．

2.作图可先用2B铅笔画出，确定后必须用0.5毫米黑色墨水签字笔描黑．

二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分．

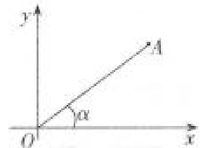
11．计算：$\sqrt{8}\times\sqrt{2}=$ ▲ ．

12．如图，$AB/\!/CD$，点E，F分别在直线AB，CD上，$\angle AEC=80°$，$\angle EFD=140°$，则$\angle CEF$的度数为 ▲ ．



（第12题图）

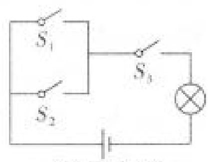
13．如图，在平面直角坐标系中，点$A(4,3)$与原点O的连线OA与x轴正半轴的夹角为α，则$\sin\alpha$的值为 ▲ ．



（第13题图）

14．已知点$(2,y_1)$，$(3,y_2)$都在反比例函数$y=\dfrac{k+1}{x}$的图象上，且$y_1>y_2$，则k的取值范围是 ▲ ．

15．小亮学习物理《电流和电路》后设计如图所示的一个电路图，其中S_1，S_2，S_3分别表示三个可开闭的开关，“⊗”表示小灯泡，“⊣⊢”表示电池．当随机闭合开关S_1，S_2，S_3中的两个，小灯泡发光的概率是 ▲ ．



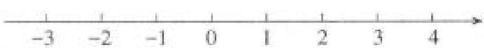
（第15题图）

16．点$M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$在二次函数$y=x^2-2x+1$的图象上，若$m-1<x_1<m$，$m+1<x_2<m+2$时，都有$y_1\neq y_2$，则m的取值范围是 ▲ ．

三、解答题：本题共9小题，共86分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．（本小题满分8分）

解不等式$\dfrac{x-3}{2}\leqslant x-1$，并把它的解集表示在数轴上．

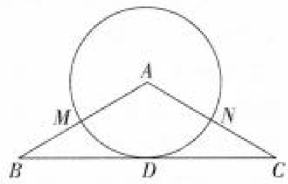


18.（本小题满分8分）

化简：$\frac{a}{a+1}-\frac{1}{a^2+a}$.

19.（本小题满分8分）

如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，边BC与$\odot A$相切于点D，边AB，AC与$\odot A$分别交于点M，N. 求证：$\overset{\frown}{DM}=\overset{\frown}{DN}$.



20.（本小题满分8分）

某校期末评价成绩是由完成作业、半期检测、期末考试三项成绩构成的，如果期末评价成绩80分以上（含80分），则评为“优秀”. 下表是宁婧和李唐两位同学的成绩记录：

	完成作业	半期检测	期末考试
宁婧	90	76	80
李唐	82	70	

（1）若按三项成绩的平均分记为期末评价成绩，请计算宁婧的期末评价成绩；

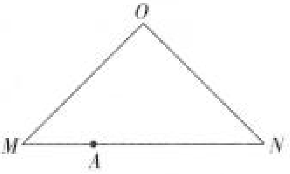
（2）若将完成作业、半期检测、期末考试三项成绩按2:3:5的比例来确定期末评价成绩. 李唐在期末考试中至少考多少分才能达到优秀？（成绩为整数）

21.（本小题满分8分）

如图，已知Rt△MON，$\angle MON=90^\circ$，$OM=ON$，A为斜边MN上一点．

（1）求作：以点O为中心，A为一个顶点的正方形$ABCD$（点A，B，C，D按顺时针排列）；（要求：尺规作图，不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，连接DN，求证：$DN\perp MN$．



22.（本小题满分10分）

随着电动汽车的迅猛发展，我国已成为全球最大的电动汽车市场，在很多高速公路服务区里既有加油站同时又配有充电桩．

（1）在某个服务区，电动汽车的充电桩数量是燃油汽车加油枪数量的1.5倍，统计发现：在1个小时内，平均每个充电桩可以为2辆电动汽车充电，平均一个加油枪可以为10辆燃油汽车加油，这样在这1小时内可以为104辆汽车提供充电、加油服务．那么这个服务区的充电桩和加油枪分别有多少个？

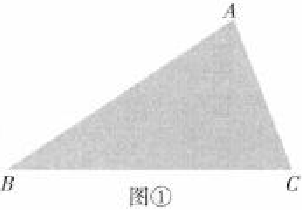
（2）一般情况下，在高速公路上行驶时电动汽车平均每公里所耗电费比燃油汽车平均每公里所耗油费少0.6元．若两位车主在服务区分别花60元给电动汽车充电、花300元给燃油汽车加油，电动汽车可行驶的里程与燃油汽车可行驶的里程相等，那么电动汽车在高速路上行驶时平均每公里所耗电费为多少元？

23.（本小题满分10分）

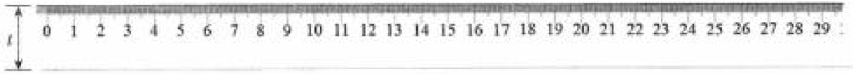
综合实践：阅读下列材料，解答问题．

任务：如图①，一块锐角三角形木料 ABC，现要测量 BC 边上的高．

工具：如图②，一把刻度尺（宽度为 t cm，两端受损，可测量长度大于 $\triangle ABC$ 的各边长）．



图①



图②

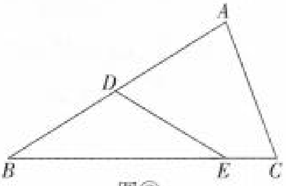
小明的测量过程如下：

步骤一：如图③，测得 $AB=a$ cm；

步骤二：在 AB 边上测得 $BD=\frac{1}{2}a$ cm；

步骤三：测得 $DE=\frac{1}{2}a$ cm（点 E 在边 BC 上）；

步骤四：测得 $AE=b$ cm．

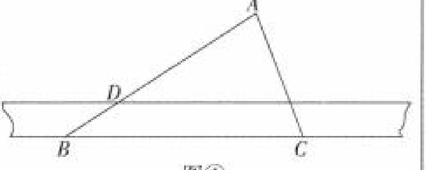


图③

小颖的测量过程如下：

步骤一：测得 $AB=a$ cm；

步骤二：如图④，将刻度尺的一边与 BC 边重叠，另一边与 AB 边交点为 D，测得 $BD=b$ cm．

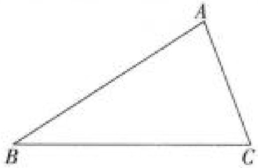


图④

（1）小明的测量方法是通过测量操作得到 $DA=DB=DE$，由此判定 AE 就是 BC 边上的高．小明判定 AE 是 BC 边上的高用到的几何知识是__▲__；

（2）请根据小颖的测量方法和所得到的数据，求出 BC 边上的高（结果用含字母 t,a,b 的式子表示）；

(3)请你利用所提供的工具，设计另一种测量方案，写出测量及求解过程．要求：测量得到的长度用字母 $a,b,c\cdots$ 表示．(说明：操作、说理思路相同的方案视为同一种方案)



(备用图)

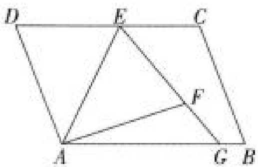
24.(本小题满分12分)

在▱$ABCD$ 中，点 E 在 CD 上，将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折得到 $\triangle AFE$．

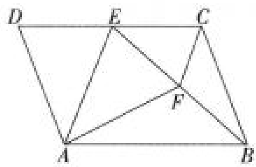
(1)如图①，EF 的延长线与 AB 的交点为点 G．求证：$AG=EG$；

(2)如图②，EF 的延长线恰好经过点 B，若 F 为 BE 的中点．求证：$FC/\!/AE$；

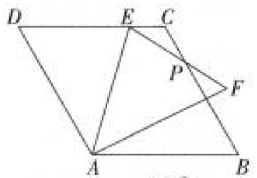
(3)如图③，EF 交 BC 于点 P，若 $AB=AD=4$，$\angle D=60^\circ$，$DE=3$．求 PC 的长．



图①



图②



图③

25.（本小题满分14分）

已知抛物线 C_1：$y = ax^2 + bx + c(a > 0)$ 的顶点为 P，与 x 轴相交于 A，B 两点（点 A 在点 B 左侧）.

（1）若点 P 的坐标为 $(1,-3)$，求证：$a - c = 3$；

（2）将抛物线 C_1 绕点 $M(-2,0)$ 旋转 $180°$，得到抛物线 C_2，抛物线 C_2 的顶点为 Q，与 x 轴相交于 C，D 两点（点 C 在点 D 左侧）.

①若 $b = -2a$，且点 P 在抛物线 C_2 上，当 $\dfrac{c-a}{3a} \leqslant x \leqslant \dfrac{c+2a}{5a}$ 时，抛物线 C_1 最低点的纵坐标为 -2，求抛物线 C_1 的解析式；

②若点 B 在点 M 左侧，$AB = 2BM$，且 $b^2 - 4ac = 20$，判断四边形 $APDQ$ 的形状，并说明理由.

三明市 2023－2024 学年初中毕业班第二次教学质量监测

数学参考答案

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. A　2. B　3. B　4. D　5.C　6. C　7. D　. 8. B　9.C　10.A

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11. 4　12. 60　13. $\frac{3}{5}$　14. $k>-1$　15. $\frac{2}{3}$　16. $m\geqslant 1$ 或 $m\leqslant 0$

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 8 分）

解：$\frac{x-3}{2}\leqslant x-1$

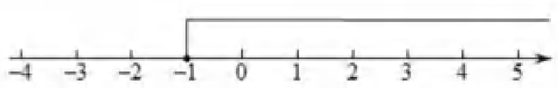
$x-3\leqslant 2x-2$.……………………………………………………………… 2 分

$x-2x\leqslant -2+3$.

$-x\leqslant 1$.……………………………………………………………………… 5 分

$x\geqslant -1$.……………………………………………………………………… 7 分

原不等式的解集在数轴上表示如下：



…………………… 8 分

18.（本小题满分 8 分）

解：$\frac{a}{a+1}-\frac{1}{a^2+a}$

$=\frac{a^2}{a(a+1)}-\frac{1}{a(a+1)}$…………………………………………………… 4 分

$=\frac{(a+1)(a-1)}{a(a+1)}$……………………………………………………………… 6 分

$=\frac{a-1}{a}$.………………………………………………………………………… 8 分

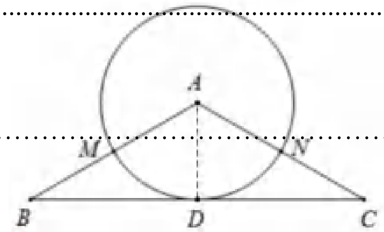
19.（本小题满分 8 分）

证明：连接 AD……………………………………………………………………1 分

∵BC 边与⊙A 相切于点 D，

∴$AD\perp BC$.　………………………………………………………………… 3 分

∵$AB=AC$，



∴$\angle BAD=\angle CAD$………………………………………………6 分

∴$\widehat{DM}=\widehat{DN}$. ………………………………………………8 分

20.（本小题满分 8 分）

解：（1）宁婧的期末评价成绩为$\frac{90+76+80}{3}$=82（分）；…………………4 分

（2）设李唐期末考试成绩为 x 分，

根据题意，得：$\frac{82\times2+70\times3+5x}{2+3+5}\geqslant80$，……………………………6 分

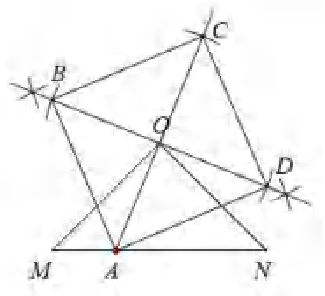
解得 $x\geqslant85.2$，…………………………………………………7 分

答：李唐在期末至少考 86 分才能达到优秀. ……………………………8 分

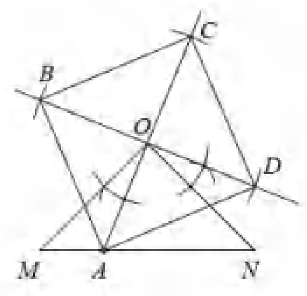
21.（本小题满分 8 分）

解：（1）如图，正方形 $ABCD$ 就是所要求作的.……………………………4 分

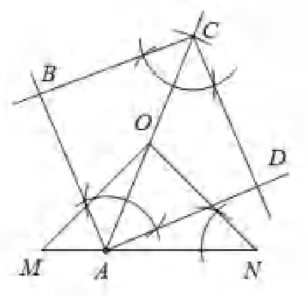
方法一：



方法二：



方法三：



（2）

∵$\angle MON=90°$，$OM=ON$，

∴$\angle OMN=\angle ONM=45°$.………………………………………………5 分

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$OA=OD$，$\angle AOD=90°$.

∵$\angle MON=\angle MOA+\angle AON$，$\angle AOD=\angle NOD+\angle AON$，

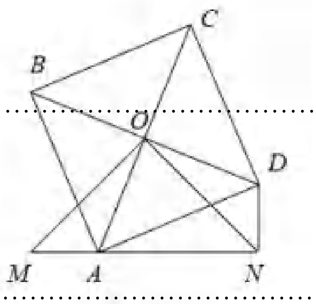
∴$\angle MOA=\angle NOD$.

∴$\triangle MOA\cong\triangle NOD$.………………………………………………7 分

∴$\angle OMA=\angle OND=45°$.

∴$\angle MND=90°$.

∴$DN\perp MN$. ………………………………………………8 分



22.（本小题满分 10 分）

解：（1）设这个服务区的加油枪有 x 个，则充电桩有 $1.5x$ 个，………1 分

根据题意得：$10x+2\times1.5x=104$，…………………………………………2 分

解得：$x=8$．……………………………………………………………………3 分

答：这个服务区的加油枪有 8 个，充电桩有 12 个；…………………… 4 分

（2）设电动汽车在高速路上行驶时平均每公里所耗电费为 y 元，………5 分

根据题意得：$\frac{60}{y}=\frac{300}{y+0.6}$………………………………………………………… 7 分

解得：$y=0.15$，…………………………………………………………………8 分

经检验，$y=0.15$ 是所列方程的解，且符合题意．…………………… 9 分

答：电动汽车在高速路上行驶时平均每公里所耗电费为 0.15 元．… 10 分

23.（本小题满分 10 分）

解：（1）直径所对的圆周角是直角

（或者等边对等角与三角形内角和定理）；……………………2 分

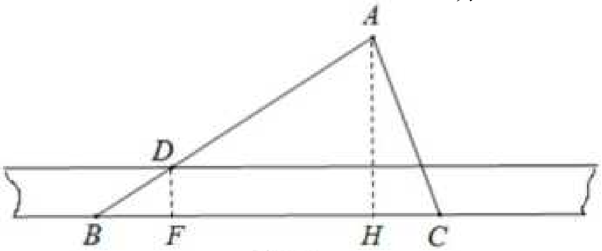
（2）如图①过点 D 作 $DF\perp BC$，$AH\perp BC$,垂足分别为点 F 和 H，

则 $DF=t$，$DF\parallel AH$.

$\therefore\angle BFD=\angle BHA$.

$\because\angle DBF=\angle ABH$，

$\therefore\triangle BDF\backsim\angle BAH$.……………………………………………… 4 分



图①

$\therefore\frac{BD}{AB}=\frac{DF}{AH}$.

$\because BD=b$，$AB=a$ ，$DF=t$，

$\therefore\frac{b}{a}=\frac{t}{AH}$.

$\therefore AH=\frac{at}{b}$.……………………………………………………… 6 分

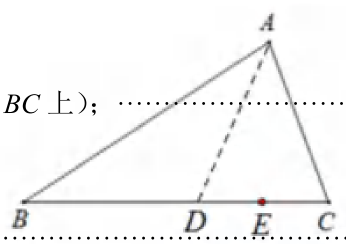
（3）方法一：

测量步骤如下：

步骤一：如图②，测得 $AC=a$ cm；

步骤二：测得 $AD=a$ cm（点 D 在边 BC 上）；…………………… 7 分

步骤三：测得 $DC=b$ cm；



步骤四：测得 $DE=\frac{1}{2}b$ cm；……………………………………………8 分

图②

步骤五：测得 $AE=c$ cm.

则 BC 边上的高为 c cm.……………………………………………… 10 分

方法二：

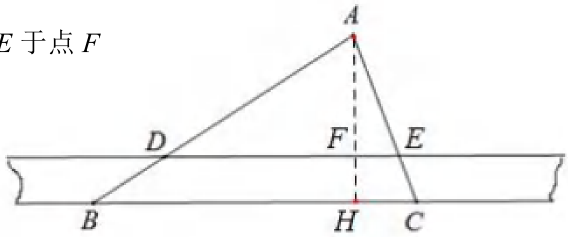
测量步骤如下：

步骤一：测得 $AB=a$ cm；

步骤二：如图，将刻度尺的一边与 BC 边重叠，刻度尺的另一边与木板的 AB 边交点为 D，

与木板的 AC 边交点为 DE，测得 $DE=b$ cm. ……………… 8 分

求解过程如下：



过点 A 作 $AH\perp BC$,垂足为 H，AH 交 DE 于点 F

则 $FH=t$，$DE\parallel BC$.

∴$\angle ABC=\angle ADE$，$AF\perp DE$.

∵$\angle BAC=\angle DAE$，

∴$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.……………………………………………… 9 分

∴$\frac{AF}{AH}=\frac{DE}{BC}$.

∵$BC=a$，$DE=b$，$AF=AH-t$,

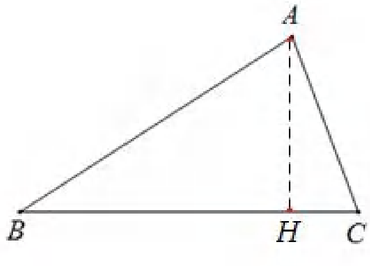
∴$\frac{AH-t}{AH}=\frac{b}{a}$.

∴$AH=\frac{at}{a-b}$.……………………………………………………10 分

方法三：

测量步骤：测得 $BC=a$ cm，$AC=b$cm，$AB=c$ cm.……………………… 8 分

求解过程如下：



过点 A 作 $AH\perp BC$,垂足为 H，

设 $BH=x$cm，则$c^2-x^2=b^2-(a-x)^2$

解得 $x=\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}$

∴$AH=\sqrt{a^2-\left(\frac{a^2+c^2-b^2}{2a}\right)^2}$.……………………………………………… 10 分

24.（本小题满分 12 分）

解：（1）如图①∵$\triangle ADE$ 沿 AE 翻折得到$\triangle AFE$，

∴$\angle AED=\angle AEF$. ……………………………………………1 分

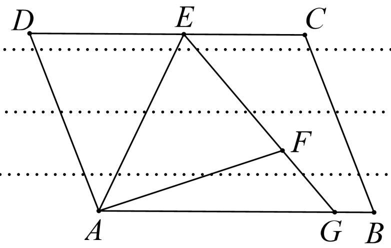
∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$．

$\therefore \angle AED = \angle EAB$． ………………………………………………………………2 分

$\therefore \angle AEF = \angle EAB$． ……………………………………………………………3 分

$\therefore AG = EG$． ……………………………………………………………………4 分



图①

（2）方法一：如图②

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$．

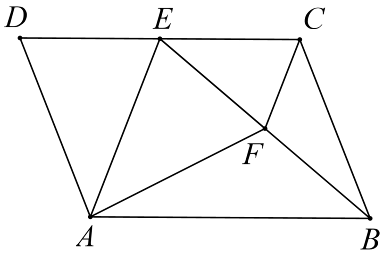
$\therefore \angle ABF = \angle BEC$，$\angle D + \angle BCE = 180°$．

∵$\triangle ADE$ 沿 AE 翻折得到$\triangle AFE$，

$\therefore AD = AF$，$\angle D = \angle AFE$，$\angle AED = \angle AEF$．

∵$\angle AFE + \angle AFB = 180°$，

$\therefore \angle AFB = \angle BCE$．



图②

$\therefore \triangle AFB \cong \triangle BCE$． ……………………………………………………………6 分

$\therefore FB = CE$．

∵F 为 BE 的中点，

$\therefore EF = FB$．

$\therefore CE = EF$． ………………………………………………………………………7 分

$\therefore \angle EFC = \angle ECF$．

∵$\angle DEF = \angle EFC + \angle ECF = \angle AED + \angle AEF$，

$\therefore \angle EFC = \angle AEF = \frac{1}{2}\angle DEF$．

$\therefore CF \parallel AE$． ………………………………………………………………………8 分

方法二：

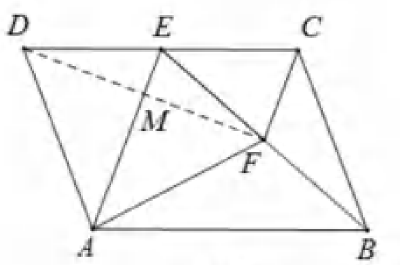
如图③，连接 DF，交 AE 于点 M．

∵$\triangle ADE$ 沿 AE 翻折得到$\triangle AFE$，

$\therefore AD = AF$，$DE = EF$．

$\therefore AE$ 垂直平分 DF，

$\therefore M$ 为 DF 中点．



图③

∵F 为 BE 的中点，

$\therefore EF = \frac{1}{2}BE$． ……………………………………………………………………6 分

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$.

由（1）同理可得 $AB=BE$，

∴$EF=\frac{1}{2}CD$.

∴$DE=\frac{1}{2}CD$，

∴E 为 CD 中点.

∴ EF 是△DFC 的中位线

∴$CF\parallel AE$. ……………………………………………………………… 8 分

（3）如图④，连接 AC，CF.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$AB=AD=4$，

∴▱$ABCD$ 是菱形.

∴$CD=AD=4$，$AD\parallel BC$.

∵ $\angle D=60°$，

∴△ACD 是等边三角形，$\angle DCB=120°$.

∴$AD=AC$.

∵△ADE 沿 AE 翻折得到△AFE，

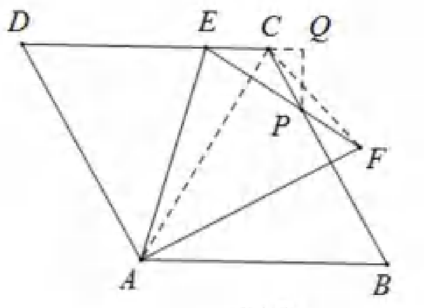
∴$AD=AF$，$EF=DE=3$，$\angle AFE=\angle D=60°$.

∴$AC=AF$.

∴$\angle ACF=\angle AFC$.

∴$\angle ACF-\angle ACB=\angle AFC-\angle AFE$，

即$\angle PCF=\angle PFC$.



图④

∴$PC=PF$. ……………………………………………………………… 10 分

方法一：

如图④，过点 P 作 $PQ\perp DC$，交 DC 延长线于点 Q，则$\angle PCQ=60°$.

∴$CQ=\frac{1}{2}PC$，$PQ=\frac{\sqrt{3}}{2}PC$.

在 Rt△EPQ 中，$EQ^2+PQ^2=EP^2$ ，

∴$(1+\frac{1}{2}PC)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}PC)^2=(3-PC)^2$.

整理，得 $1+PC+\frac{1}{4}PC^2+\frac{3}{4}PC^2=9-6PC+PC^2$

解得 $PC=\frac{8}{7}$. ……………………………………………………………12 分

方法二：

如图⑤，延长 EF，交 AB 延长线于点 N.

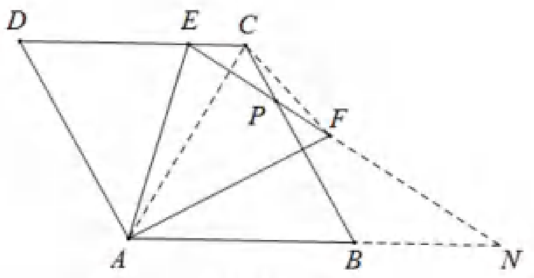
∵$AB=AD=4$， $DE=3$，

∴$BC=4$，$EF=3$，$EC=1$

令 $PC=PF=x$，$BN=y$，则 $BP=4-x$.

由（1）同理可得 $AN=EN=4+y$.

∴$EP=3-x$，$NP=4+y-3+x=1+x+y$.



图⑤

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB\parallel CD$.

∴$\angle CEP=\angle BNP$，$\angle ECP=\angle NBP$.

∴$\triangle CEP\backsim\triangle BNP$.

∴$\frac{CE}{BN}=\frac{CP}{BP}=\frac{EP}{NP}$.

∴$\frac{1}{y}=\frac{x}{4-x}=\frac{3-x}{1+x+y}$.

整理，得 $xy+x=4$，$xy+x=2y-1$，解得 $y=\frac{5}{2}$.

代入，得$x=\frac{8}{7}$.

∴$PC=\frac{8}{7}$. ……………………………………………………………12 分

25.（本小题满分 14 分）

解：（1）∵抛物线 C_1：$y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 P（1，-3)，

∴$y=a(x-1)^2-3=ax^2-2ax+a-3$.……………………………………2 分

∴$c=a-3$，

∴$a-c=3$.……………………………………………………………4 分

（2）①∵$b=-2a$，

∴抛物线 C_1 的表达式为$y=ax^2-2ax+c=a(x-1)^2-a+c$，

∴抛物线 C_1 顶点 P 坐标为（1，$-a+c$）.

∵抛物线 C_1 绕点 M 旋转 180°得到抛物线 C_2，顶点为 Q，

∴点 Q 与点 P 关于点 M（-2，0）对称，

∴点 Q 坐标为（-5，$a-c$）.……………………………………………5 分

∴抛物线 C_2 的表达式为 $y=-a(x+5)^2+a-c$.

∵点 P（1，$-a+c$）在抛物线 C_2 上，

∴$-a(1+5)^2+a-c=-a+c$.

∴$c=-17a$.……………………………………………………………………………6 分

∵$\frac{c-a}{3a}\leqslant x\leqslant\frac{c+2a}{5a}$

∴$-6\leqslant x\leqslant-3$.

∵$a>0$，当$-6\leqslant x\leqslant-3$ 时，抛物线 C_1 最低点的纵坐标为-2，

∴$x=-3$ 时，$y=a(x-1)^2-a+c=-2$.

∴$16a-a-17a=-2$.

∴$a=1$.…………………………………………………………………………………8 分

∴抛物线 C_1 的解析式 $y=x^2-2x-17$.……………………………………………9 分

②四边形 $APDQ$ 为矩形，理由如下：……………………………………………10 分

由中心对称性质易知 $MA=MD$，$MP=MQ$，

∴平行四边形 $APDQ$ 为平行四边形.

∵点 P 为抛物线 C_1：$y=ax^2+bx+c$ 的顶点，$b^2-4ac=20$

∴点 P 坐标为（$-\frac{b}{2a}$，$-\frac{5}{a}$），

解方程 $ax^2+bx+c=0$，且 $b^2-4ac=20$，得

$x_1=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}$，$x_2=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b+2\sqrt{5}}{2a}$,

∴A（$\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}$，0）, B（$\frac{-b+2\sqrt{5}}{2a}$，0）.

∴$AB=\frac{-b+2\sqrt{5}}{2a}-\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}=\frac{2\sqrt{5}}{a}$，$BM=-2-\frac{-b+2\sqrt{5}}{2a}$

∵$AB=2BM$，

∴$\frac{2\sqrt{5}}{a}=-4-\frac{-b+2\sqrt{5}}{a}$.

∴$-4a+b=4\sqrt{5}$.………………………………………………………………12 分

方法一：

∵A（$\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}$，0）,M（-2，0）

∴$AM=-2-\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}=\frac{-4a+b+2\sqrt{5}}{2a}=\frac{3\sqrt{5}}{a}$

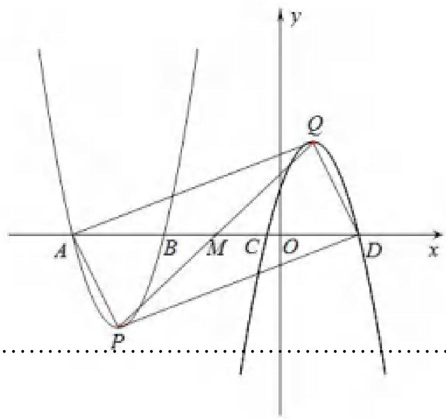
∴$PM^2=\left(-2+\frac{b}{2a}\right)^2+\left(-\frac{5}{a}\right)^2=\frac{45}{a^2}$.

$\therefore PM=\frac{3\sqrt{5}}{a}$.

$\therefore PM=AM$.

$\therefore MA=MD=MP==MQ$.

$\therefore AD=PQ$.



∴ □$APDQ$ 为矩形.…………………………………………………………………14 分

方法二：

由题意知点 A、点 D 关于点 M 成中心对称,

∴点 D 的坐标为（$-4+\frac{b+2\sqrt{5}}{2a}$，0）,

$\therefore AD=-4+\frac{b+2\sqrt{5}}{2a}-\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}=\frac{b-4a+2\sqrt{5}}{a}=\frac{6\sqrt{5}}{a}$

∵点 P、点 Q 关于点 M 成中心对称,

∴点 Q 坐标为（$-4+\frac{b}{2a}$，$\frac{5}{a}$）.

$\therefore PQ^2=\left(-4+\frac{b}{2a}+\frac{b}{2a}\right)^2+\left(\frac{5}{a}+\frac{5}{a}\right)^2=\left(\frac{b-4a}{a}\right)^2+\left(\frac{10}{a}\right)^2=\frac{180}{a^2}$.

$\therefore PQ=\frac{6\sqrt{5}}{a}$.

$\therefore PQ=AD$.

∴四边形 $APDQ$ 为矩形.…………………………………………………………14 分

方法三：

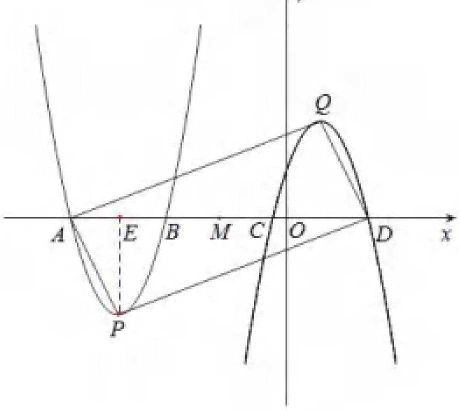
由题意知点 A、点 D 关于点 M 成中心对称,

∴点 D 的坐标为（$-4+\frac{b+2\sqrt{5}}{2a}$，0）,

过点 P 作 $PE\perp x$ 轴于点 E，则 E 的坐标为（$-\frac{b}{2a}$，0）.

$\therefore EA=-\frac{b}{2a}-\frac{-b-2\sqrt{5}}{2a}=\frac{\sqrt{5}}{a}$,

$ED=-4+\frac{b+2\sqrt{5}}{2a}-\left(-\frac{b}{2a}\right)=\frac{b-4a+\sqrt{5}}{a}=\frac{5\sqrt{5}}{a}$.



$\therefore EA\cdot ED=\frac{\sqrt{5}}{a}\cdot\frac{5\sqrt{5}}{a}=\frac{25}{a^2}=PE^2$.

$\therefore \frac{EA}{PE}=\frac{PE}{ED}$.

由 $PE\perp x$ 轴，有 $\angle PEA=\angle PEB=90°$.

$\therefore \triangle PAE\backsim\triangle DPE$.

$\therefore \angle APE=\angle PDE$.

∴ $\angle APD=\angle APE+\angle EPD=\angle PDE+\angle EPD=180°-\angle PED=90°$.

∴ ▱$APDQ$ 为矩形.……………………………………………………………… 14 分

（说明：各题有其他解法，参考以上评分标准的相应步骤给分）