

2024 年南平市初中毕业班适应性检测 数学试题

(考试时间: 120 分钟; 满分: 150 分)

友情提示: 所有答案都必须填在答题卡相应的位置上, 答在试卷上一律无效.

第 I 卷

一、选择题: 本题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 2024 的相反数是

- A. 2024 B. -2024 C. $-\frac{1}{2024}$ D. $\frac{1}{2024}$

2. 下列图形中, 主视图和左视图一样的是

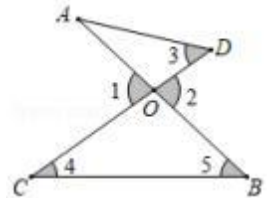


3. 将数据 2 600 000 000 用科学记数法可表示为

- A. 0.26×10^{10} B. 26×10^8 C. 2.6×10^9 D. 2.6×10^{10}

4. 如图, 线段 AB 和 CD 相交于点 O , 则下列结论一定正确的是

- A. $\angle 1 = \angle 2$ B. $\angle 1 = \angle 5$
C. $\angle 3 = \angle 4$ D. $\angle 4 = \angle 5$



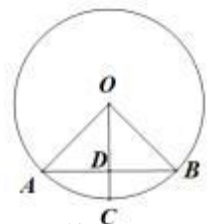
第4题图

5. 下列运算正确的是

- A. $a + a = a^2$ B. $2a \cdot 3a = 6a$
C. $a - a = 1$ D. $a^2 \div a = a$

6. 如图, 在 $\odot O$ 中, 点 A, B, C 在圆上, 且 $OC \perp AB$, 垂足为 D , 若 $\angle BOC = 45^\circ$, $OB = 2\sqrt{2}$, 则 AB 的长为

- A. $\sqrt{2}$ B. 2
C. $2\sqrt{2}$ D. 4



第6题图

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是边 AB, AC 的中点, 则 $\triangle ADE$ 与四边形 $DBCE$ 的面积之比为

- A. 1 : 1
- B. 1 : 2
- C. 1 : 3
- D. 1 : 4

第7题图

8. 甲、乙两人在相同的条件下, 各射击5次, 经计算: 甲射击成绩的平均数是8环, 方差是 a ; 乙射击成绩的平均数是8环, 方差是 b , 且甲射击成绩比乙射击成绩更稳定, 则下列判断一定正确的是

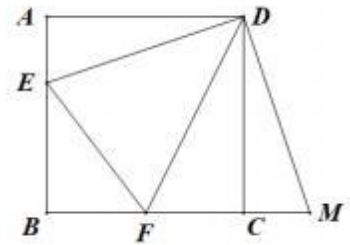
- A. a 为正数
- B. a 小于 b
- C. 甲、乙成绩的众数相同
- D. 甲、乙成绩的中位数相同

9. 已知, 垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线 $y = x^2 - 2x + 4$ 交于 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ 两点, 则 $x_1 + x_2$ 的值

- A. $x_1 + x_2 < 2$
- B. $x_1 + x_2 > 2$
- C. $x_1 + x_2 = 2$
- D. $x_1 + x_2 \geq 3$

10. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为6, E, F 分别是 AB, BC 边上的点, 且 $\angle EDF = 45^\circ$, 将 $\triangle DAE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° , 得到 $\triangle DCM$. 若 $AE = 2$, 则 FM 的长为

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 6.5



第10题图

第 II 卷

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分.

11. 计算 $\sqrt[3]{8} =$ _____.

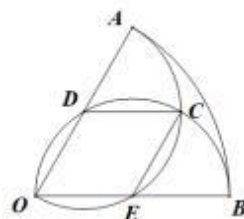
12. 若 $a - b = 2$, 则代数式 $1 + 2a - 2b$ 的值是_____.

13. 某校学生来自甲、乙、丙三个地区, 如图表示来自各地区人数的扇形统计图, 如果甲地区的人数为216, 那么该校总人数为_____.



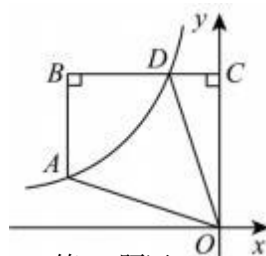
第13题图

14. 如图, 半径为4 的扇形 AOB , $\angle AOB=60^\circ$, 分别以 OA , OB 为直径在扇形内作半圆, 交 OA , OB 于点 D , E , 两半圆的另一个交点为 C , 则四边形 $ODCE$ 的面积为__.



第14题图

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A , B 的坐标分别为 $A(-6,8), B(-4,0)$. 以原点 O 为位似中心, 将 $\triangle ABO$ 缩小为原来的一半, 得到 $\triangle CDO$, 则点 A 的对应点 C 的坐标是__.



第16题图

16. 如图, 点 A , D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上, CD 垂直 y 轴, 垂足为 C , $AB \perp CD$, 垂足为 B . 若四边形 $OABD$ 的面积为8, $BD = 2CD$, 则 k 的值为__.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 86 分. 解答题写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分8分)

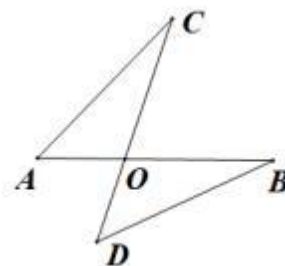
计算: $-16a^2 + \frac{1}{4} \times 8 + 2 - \sqrt{3}$

18. (本小题满分8分)

解方程组:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

19. (本小题满分8分)

如图, 线段 AB , CD 相交于点 O , $AC = DB$, $\angle A = \angle D$, 求证: $AO = DO$.



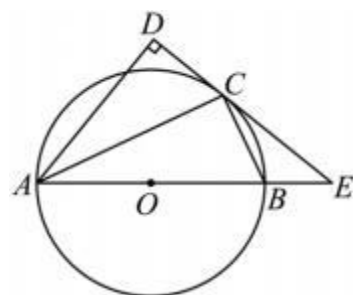
第19题图

20. (本小题满分8分)

先化简, 再求值: $\frac{a^2 + a}{a^2 - 2a + 1} \div \left(\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a} \right)$, 其中 $a = 2$.

21. (本小题满分8分)

如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, E 为 AB 的延长线上一点, EC 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 C , 过点 A 作 $AD \perp EC$ 交 EC 延长线于点 D , 连接 AC , BC .



第21题图

(1) 求证: $\angle ACD = \angle CBA$

(2) 已知 $BE = 2$, $\sin \angle AED = \frac{3}{5}$, 求 AD 的长.

22. (本小题满分10分)

为了估计一个鱼塘养鱼一个月的收获, 养鱼者从鱼塘中打捞100条鱼, 测得这些鱼的长度如表1所示, 将每一条鱼身上做好记号后把这些鱼放归鱼塘, 一个月后再从鱼塘中打捞100条鱼. 发现在这100条鱼中有10条鱼是有记号的, 并测得这些鱼的长度如表2所示:

表1

长度 (cm)	13	14	15	16	17
条数	10	20	30	20	20

表2

长度 (cm)	17	18	19	22
条数	2	2	4	2

(1) 估计这个鱼塘有多少条鱼?

(2) 设增长1cm长的鱼约增重80克, 估计这个鱼塘的鱼一个月能增重多少千克?

23. (本题满分 10 分)

北方某市对城市居民该冬季的采暖收费标准如下表: (以户为单位)

阶梯	采暖用气	销售价格
第一阶梯	0 ~ 1500m ³ (含 1500) 的部分	2.67 元/m ³
第二阶梯	1500 ~ 2500m ³ (含 2500) 的部分	3.15 元/m ³
第三阶梯	2500m ³ 以上的部分	3.63 元/m ³

根据表中所给的数据回答以下问题:

- (1) 某户用气量为 1000 m³, 求此户需缴纳的燃气费用;
- (2) 设某户这个冬季用气量为 $x\text{m}^3$ ($0 \leq x \leq 2500$), 缴纳燃气费用为 y 元, 求 y 与 x 的函数表达式;
- (3) 已知某户该冬季缴纳燃气费用为 8970 元, 求该户用多少立方米的燃气?

24. (本小题满分 12 分)

已知矩形纸片 $ABCD$.

第 1 步: 先将矩形纸片 $ABCD$ 对折, 使点 A 和点 B 重合, 然后展开铺平, 确定 AB 的中点 E ;

第 2 步: 将 BC 边沿 CE 翻折到 CF 的位置, 点 B 的对应点为 F ;

第 3 步: 连接 EF 并延长, 交 AD 边于点 G .

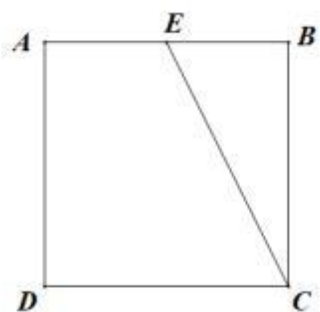
(1) 当四边形 $ABCD$ 为正方形, 如图 1.

①用尺规作出点 F, G (不写作法, 保留作图痕迹);

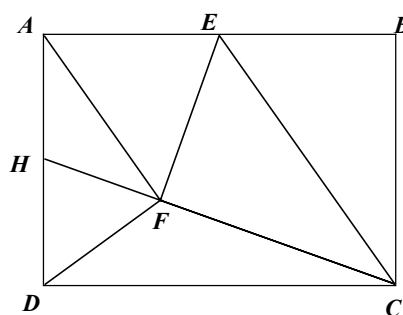
②求证: $DG = \frac{1}{3}DA$

(2) 如图 2, 连接 CF 并延长, 交 AD 于点 H , 当 H 恰为 AD 的中点时,

求 $\frac{AB}{AD}$ 的值.



第 24 题图 1

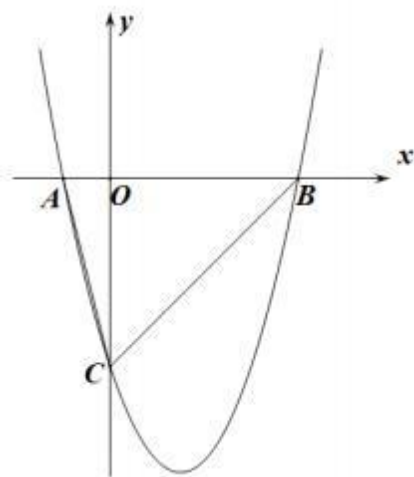


第 24 题图 2

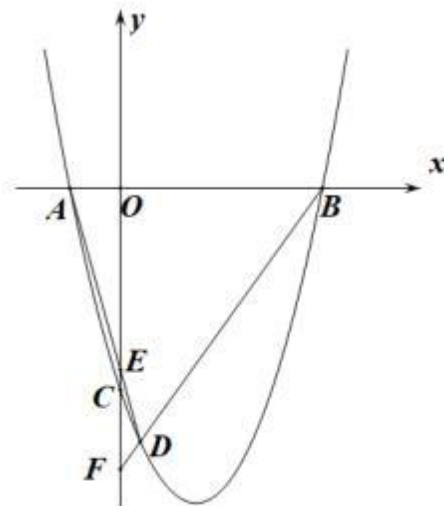
25. (本小题满分14分)

如图1, 抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 4a$ 与 x 轴交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , $CO=BO$, 点 D 为抛物线的一个动点 (点 D 与 A 、 B 均不重合).

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 若 $\angle BCD$ 与 $\angle ACB$ 互余, 求点 D 坐标;
- (3) 如图2, 直线 AD , BD 分别与 y 轴交于点 E , F , 求证: $CF=4CE$.



第25题图1



第25题图2

2024 年南平市初中毕业班适应性检测

数学试题参考答案及评分说明

说明:

- (1) 解答右端所注分数为考生正确做完该步应得的累计分数, 全卷满分 150 分.
- (2) 对于解答题, 评卷时要坚持每题评阅到底, 勿因考生解答中出现错误而中断本题的评阅. 当考生的解答在某一步出现错误时, 如果后续部分的解答未改变该题的考试要求, 可酌情给分, 但原则上不超过后面应得分数的一半, 如果有较严重的错误, 就不给分.
- (3) 若考生的解法与本参考答案不同, 可参照本参考答案的评分标准相应评分.
- (4) 评分只给整数分. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

1. B; 2. D; 3. C; 4. A; 5. D;
6. D; 7. C; 8. B; 9. C; 10. B.

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 2; 12. 5; 13. 1080;
14. $2\sqrt{3}$; 15. $(-3, 4)$ 或 $(3, -4)$ 16. -4.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 共 86 分)

17. (8 分)

解: 原式 $= -16 \div 4 + 2 + 2 - \sqrt{3}$ 3 分
 $= -4 + 4 - \sqrt{3}$ 6 分
 $= -\sqrt{3}$ 8 分

18. (8 分)

解: 由①+②得, $3x = 3$, 2 分
 $x = 1$. ③ 3 分
把③代入①得, $1 + y = 3$, 4 分
 $y = 2$, 6 分
所以方程组的解为 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 8 分

说明: 中间过程没有逐步详细写, 有关键步骤且结论正确, 不扣分.

19. (8 分)

证明: 在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle DOB$ 中

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AOC = \angle DOB, \dots\dots\dots 4 \text{分} \\ AC = DB \end{cases}$$

$\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOB$ (AAS) $\dots\dots\dots 7$ 分

$\therefore AO = DO$ $\dots\dots\dots 8$ 分

20. (8分)

解: 原式 = $\frac{a(a+1)}{(a-1)^2} \cdot \frac{a(a-1)}{(a+1)} \dots\dots\dots 4$ 分

= $\frac{a^2}{a-1} \dots\dots\dots 6$ 分

当 $a = 2$ 时,

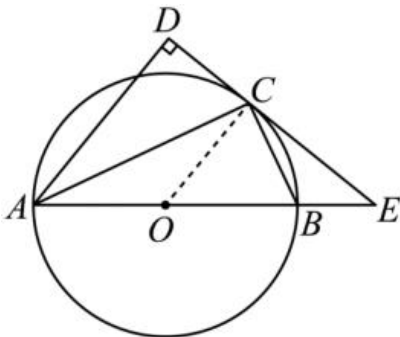
原式 = $\frac{2^2}{2-1} = 4 \dots\dots\dots 8$ 分

说明: 前4分运算得出 $(a-1)^2$ 得1分, 得出 $a(a+1)$ 得1分, 转化除法得出 $\frac{a(a-1)}{a+1}$

得2分; 后2分代入 a 得1分, 计算出4得1分, 若化简正确后直接得4, 得2分.

21. (8分)

证明: 如图, 连接 OC .



$\therefore EC$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore OC \perp EC$

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$ 即 $\angle OCA + \angle ACD = 90^\circ \dots\dots\dots 1$ 分

又 $\therefore AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 即 $\angle ACO + \angle BCO = 90^\circ$

$\therefore \angle ACD = \angle BCO, \dots\dots\dots 2$ 分

$\therefore OB = OC$

$\therefore \angle BCO = \angle CBA, \dots\dots\dots 3$ 分

$\therefore \angle ACD = \angle CBA \dots\dots\dots 4$ 分

(2) 设 $\odot O$ 半径为 r , 则 $OC = r, OE = r + 2$.

在 Rt△OEC 中,

$$\therefore \sin \angle AED = \frac{OC}{OE} = \frac{r}{r+2}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore r = 3 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = AB + BE$$

$$\therefore AE = 8 \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

在 Rt△AED 中,

$$\sin \angle AED = \frac{AD}{AE}$$

$$AD = AE \cdot \sin \angle AED = \frac{24}{5} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

22. (10 分)

(1) 解: 设鱼塘有 n 条鱼, 依题意, 得

$$\frac{100}{n} = \frac{10}{100} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

解得 $n = 1000$ $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

答: 鱼塘共约有 1000 条鱼.

(2) 解: 打捞的 100 条鱼中每条鱼的平均长度为

$$\frac{13 \times 10 + 14 \times 20 + 15 \times 30 + 16 \times 20 + 17 \times 20}{100} = 15.2, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

(列式 1 分, 计算 1 分)

一个月后打捞有记号的 10 条鱼中每条鱼的平均长度为

$$\frac{17 \times 2 + 18 \times 2 + 19 \times 4 + 22 \times 2}{10} = 19, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(列式 1 分, 计算 1 分)

这个鱼塘每条鱼平均增长的长度约为 $19 - 15.2 = 3.8 \text{ cm}$, $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

这个鱼塘的鱼一个月约能增重 $3.8 \times 80 \times 1000 = 304000$ 克, $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

所以估计这个鱼塘一个月能增重 304 千克.

23. (10 分)

(1) 解: $2.67 \times 1000 = 2670$ 元. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 解: 当 $0 \leq x \leq 1500$ 时

$$y = 2.67x \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

当 $1500 < x \leq 2500$ 时

$$\begin{aligned} y &= 3.15(x - 1500) + 2.67 \times 1500 \\ &= 3.15x - 4725 + 4005 \end{aligned}$$

$= 3.15x - 720$, 6分

所以 y 与 x 的函数解析式为

$$y = \begin{cases} 2.67x, & (0 \leq x \leq 1500) \\ 3.15x - 720, & (1500 < x \leq 2500) \end{cases}, \dots\dots\dots 7分$$

(3) 解: 当 $x > 2500$ 时

$$y = 3.63(x - 2500) + 3.15 \times 1000 + 2.67 \times 1500$$

$$= 3.63x - 9075 + 3150 + 4005$$

$$= 3.63x - 1920 \dots\dots\dots 9分$$

当 $y = 8970$ 时

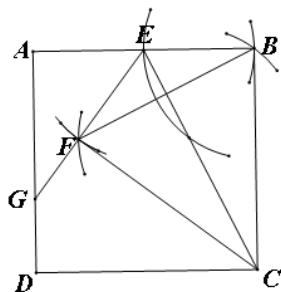
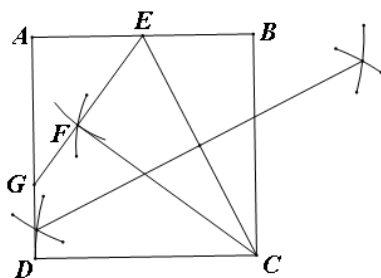
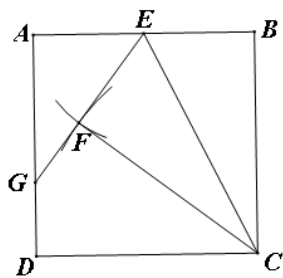
$$3.63x - 1920 = 8970$$

解得 $x = 3000$ 10分

答: 该用户用了 3000 立方米的燃气.

24. (12分)

解: (1) ①作图 2分



如图, 点 F, G 即为所作的点 3分

说明: 作出点 F, G 各一分, 说明一分.

(本题解法较多, 请参考评分标准酌情给分).

② \because 四边形 $ABCD$ 是正方形

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle D = 90^\circ, AB = BC = CD = DA$$

由折叠可得 $\triangle CBE \cong \triangle CFE$ 4分

$$\therefore CF = BC, \angle EFC = \angle B = \angle GFC = 90^\circ, EB = EF$$

$$\therefore CF = CD, \angle D = \angle GFC = 90^\circ$$

连接 CG

$\therefore CG = CG$

$\therefore \text{Rt}\triangle GDC \cong \text{Rt}\triangle GFC$

$\therefore DG = GF$ 5 分

设 $AB = DA = 2a$, $DG = GF = b$

$\therefore E$ 为 AB 的中点

$\therefore AE = EB = a$

$\therefore AG = 2a - b$, $GE = a + b$

根据勾股定理得

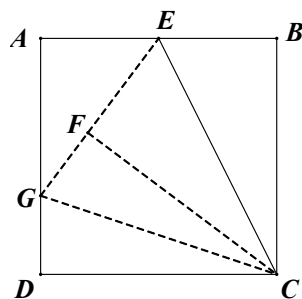
$$a^2 + (2a - b)^2 = (a + b)^2$$

解得 $a = \frac{3}{2}b$ 6 分

$\therefore AG = 2a - b = 3b - b = 2b$

$\therefore AD = 3b$

$\therefore DG = \frac{1}{3}DA$ 8 分



(2) \therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore \angle ADC = \angle B = \angle BAD = 90^\circ$, $AB = CD$, $BC = DA$

由折叠可得 $\triangle CBE \cong \triangle CFE$

$BC = CF$, $\angle B = \angle EFC = \angle EFH = 90^\circ$

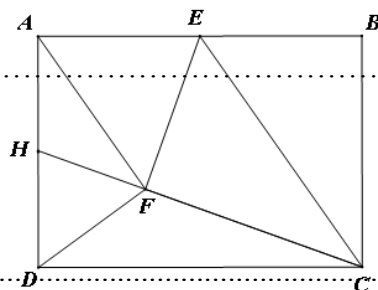
$\therefore \angle EFA + \angle AFH = \angle EAF + \angle FAH = 90^\circ$ 9 分

$\therefore E$ 为 AB 的中点, H 为 AD 的中点

$\therefore AE = BE = EF$, $AH = HD$

$\therefore \angle EFA = \angle EAF$

$\therefore \angle AFH = \angle FAH$ 即 $AH = HF = HD$ 10 分



第 24 题图 2

设 $AE = BE = EF = a$, $HF = HD = AH = b$

$\therefore HC = 3b$, $DC = 2a$

根据勾股定理 $b^2 + (2a)^2 = (3b)^2$

解得 $a = \sqrt{2}b$ 11 分

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{2a}{2b} = \sqrt{2}$ 12 分

25 (14 分)

(1) 因为抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 于 y 轴交于点 C

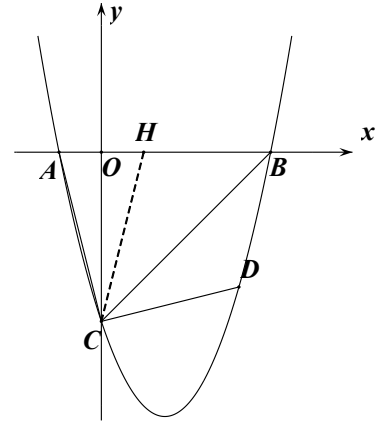
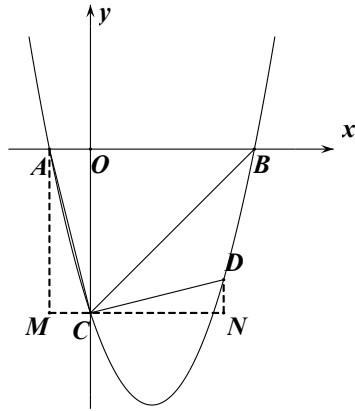
所以 $A(-1,0)$, $B(4,0)$, $C(0,-4a)$ 1 分

因为 $CO = BO$

所以 $C(0, -4)$ 即 $a = 1$ 2 分

所以抛物线的解析式为 $y = x^2 - 3x - 4$ 3 分

(2) 过点 C 作 x 轴的平行线 MN ，分别过点 A, D 作 MN 的垂线，垂足分别为 M, N



依题意，得 $\angle ACM + \angle DCN = 90^\circ, \angle ACM + \angle CAM = 90^\circ$

$$\therefore \angle DCN = \angle CAM$$

$$\therefore \triangle ACM \sim \triangle CDN$$

$$\therefore \frac{AM}{CN} = \frac{CM}{DN} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

\therefore 点 D 是抛物线上的一个动点

设 $D(m, m^2 - 3m - 4)$

$$\therefore \frac{4}{m} = \frac{1}{4 + m^2 - 3m - 4}$$

解得 $m = \frac{13}{4}$

$$\therefore D\left(\frac{13}{4}, -\frac{51}{16}\right) \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

作点 A 关于 y 轴的对称点 H ，延长 CH 交抛物线与点 D

$$\therefore H(1, 0)$$

直线 CH 的解析式为 $y = 4x - 4$ 6 分

$$\text{联立方程} \begin{cases} y = 4x - 4 \\ y = x^2 - 3x - 4 \end{cases}$$

解得 $x = 7$

所以 $D(7, 24)$ 7 分

综上所述, 点 D 的坐标为 $(\frac{13}{4}, -\frac{51}{16})$ 或 $(7, 24)$ 8 分

(3) 由 (1) 可知 $A(-1, 0), B(4, 0), C(0, -4)$

因为点 D 是抛物线上的一个动点

$$D(m, m^2 - 3m - 4)$$

设直线 AD 的解析式为: $y = kx + b$

$$\begin{cases} -k + b = 0 \\ km + b = m^2 - 3m - 4 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = m - 4 \\ b = m - 4 \end{cases}$ 9 分

因为点 E 在 y 轴上

所以 $E(0, m - 4)$ 10 分

设直线 BD 的解析式为: $y = px + q$

$$\begin{cases} 4p + q = 0 \\ pm + q = m^2 - 3m - 4 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} p = m + 1 \\ q = -4m - 4 \end{cases}$ 11 分

因为点 F 在 y 轴上

所以 $F(0, -4m - 4)$ 12 分

$CF = 4|m|, CE = |m|$ 13 分

$CF = 4CE$ 14 分