

准考证号：_____ 姓名：_____

(在此卷上答题无效)

2023—2024 学年第二学期福州市九年级质量抽测

数 学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，完卷时间 120 分钟，满分 150 分。

注意事项：

1. 答题前，学生务必在本试卷及答题卡规定位置填写本人准考证号、姓名等信息。学生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名”与学生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。非选择题答案用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答，在本试卷上答题无效。
3. 作图可先使用 2B 铅笔画出，确定后必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描黑。
4. 结束时，学生必须将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应点的位置如图所示，则这四个数中最小的数是



A. a
C. c

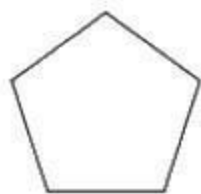
B. b
D. d

2. 2024 年 3 月 20 日，第四届中国跨境电商交易会福州海峡国际会展中心落下帷幕，来自世界各地的跨境电商人汇聚榕城，再现一场盛大的跨境电商嘉年华。据不完全统计，本届展会累计意向成交金额约 50 亿美元。将数据 5 000 000 000 用科学记数法表示，其结果是

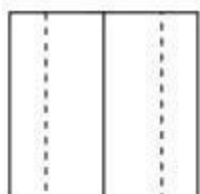
A. 50×10^8
C. 5×10^{10}

B. 5×10^9
D. 0.5×10^{10}

3. 如图所示的五棱柱，其主视图是



A



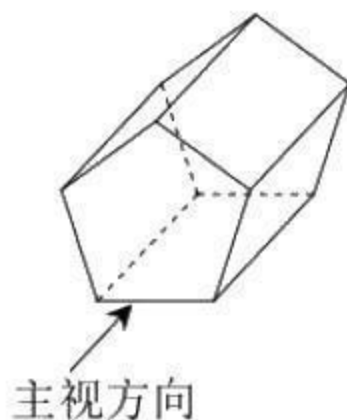
B



C



D



4. 三角形三边的长可以是

A. 1 cm, 1 cm, 1 cm

B. 1 cm, 1 cm, 2 cm

C. 1 cm, 2 cm, 3 cm

D. 1 cm, 2 cm, 4 cm

5. 下列运算正确的是

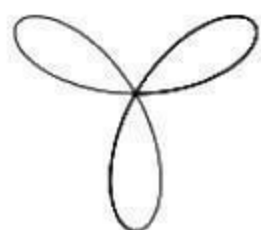
A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

C. $a^3 \div a^2 = a$

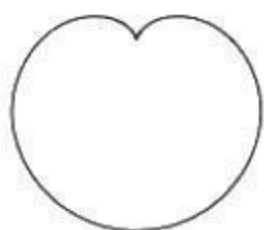
D. $(a^2)^3 = a^5$

6. 对称性揭示了自然的秩序与和谐, 是数学之美的体现. 在数学活动课中, 同学们利用画图工具绘制出下列图形, 其中是中心对称图形的是



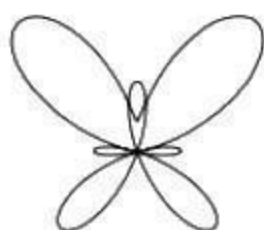
三叶玫瑰线

A



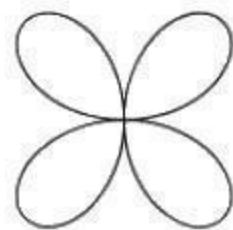
笛卡尔心形线

B



蝴蝶曲线

C



四叶玫瑰线

D

7. 为加强学生的安全意识, 学校举行了“交通安全”演讲比赛. 个人展示环节中, 共有 7 位评委给选手 A 进行评分, 得到 7 个数据, 并计算这 7 个数据的平均数, 中位数, 众数, 方差. 若将这 7 位评委的成绩去掉一个最高分和一个最低分后, 剩余 5 个数据的平均数, 中位数, 众数, 方差中, 一定不会发生变化的统计量是

A. 平均数

B. 中位数

C. 众数

D. 方差

8. 若 $m < \sqrt{5} - 1 < m + 1$, 则整数 m 的值是

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

9. 用一条长 40 cm 的绳子围成一个面积为 75 cm^2 的矩形, 设该矩形一边长为 $x \text{ cm}$, 则下列符合题意的方程是

A. $x(40 - x) = 75$

B. $\frac{x(40 - x)}{2} = 75$

C. $x(\frac{40}{2} - x) = 75$

D. $\frac{x}{2} \cdot (\frac{40}{2} - x) = 75$

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$)

和反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ ($x > 0$) 的图象如图所示. 一条垂

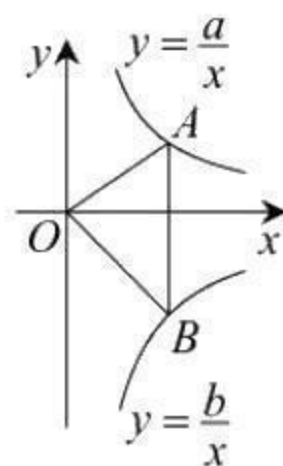
直于 x 轴的直线分别交这两个反比例函数的图象于 A , B 两点, 则 $\triangle AOB$ 的面积是

A. $\frac{a+b}{2}$

B. $\frac{a-b}{2}$

C. $\frac{-a+b}{2}$

D. $\frac{-a-b}{2}$



第 II 卷

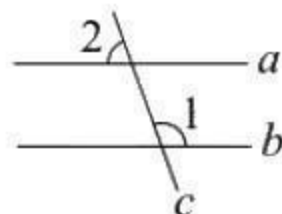
注意事项:

1. 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上相应位置书写作答, 在本试卷上作答, 答案无效.
2. 作图可先用 2B 铅笔画出, 确定后必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描黑.

二、填空题 (本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 若向东走 80 米记作 +80 米, 则向西走 60 米记作_____.
12. 为测量一批灯泡的使用寿命, 适合的调查方式是_____ (填“全面调查”或“抽样调查”).

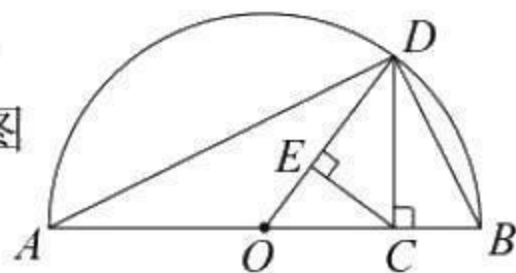
13. 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 若 $a \parallel b$, $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 的大小是_____.



14. 不等式 $2x - 1 > \frac{1}{2}x$ 的解集是_____.

15. 某家商店的账目记录显示, 卖出 26 支 A 型牙刷和 14 盒 B 型牙膏, 收入是 264 元. 若以同样的价格卖出同款的 39 支牙刷和 21 盒牙膏, 则收入应是_____.

16. 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 C (不与点 O 重合) 在 AB 上. 过点 C 作 $CD \perp AB$ 交半圆 O 于点 D , 连接 OD, AD, BD . 过点 C 作 $CE \perp OD$ 于点 E . 设 $AC = a, CB = b$, 则图中长度一定等于 $\frac{2ab}{a+b}$ 的线段是_____.



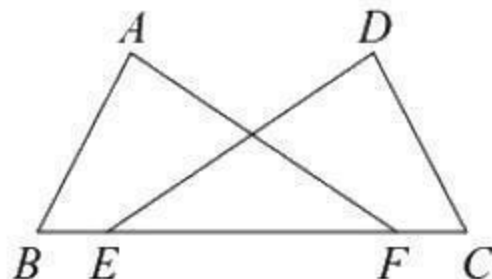
三、解答题 (本题共 9 小题, 共 86 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 8 分)

计算: $|\pi - 3| + (-3)^0 + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. (本小题满分 8 分)

如图, 点 E, F 在线段 BC 上 (点 E 在点 F 左侧), $BE = CF, AB = DC, \angle B = \angle C$. 求证: $\angle A = \angle D$.

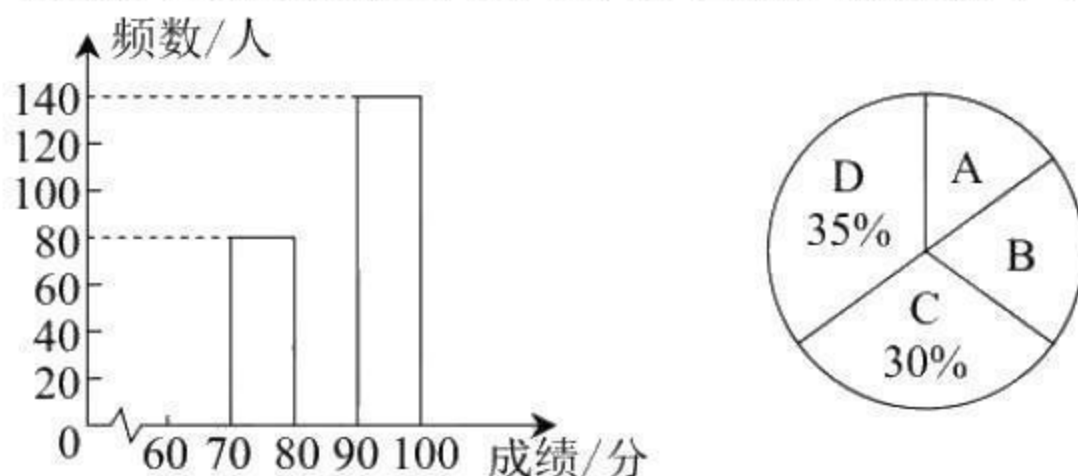


19. (本小题满分 8 分)

已知 $\frac{a}{b} = 3$, 求代数式 $(2 - \frac{a}{a-b}) \div \frac{a^2 - 2ab}{a^2 - b^2}$ 的值.

20. (本小题满分 8 分)

三坊七巷是福州的历史之源、文化之根, 众多的历史名人从这里走出来, 他们代表了福州地区特色的名贤文化. 某校为增强同学们对福州名贤文化的了解, 将举办相关的知识竞赛. 初一年段组织本年段所有学生参加预赛, 收集了所有学生成绩的数据, 并将这些数据按照 $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x < 100$ 分为 A, B, C, D 四组, 得到如下不完整的统计图.

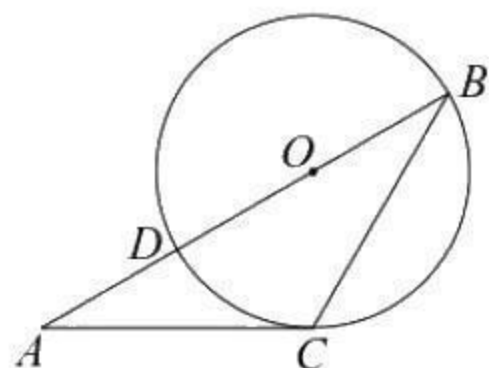


请根据上述信息解答以下问题:

- (1) 该校初一年段的学生人数是_____，
扇形统计图中“B”组对应的圆心角的度数是_____；
- (2) 初一年段在此次预赛中成绩最好的 4 个同学恰好是两男两女, 若在这四名同学中随机抽取 2 名参加下一阶段比赛, 求抽取的两名同学刚好为两位女同学的概率.

21. (本小题满分 8 分)

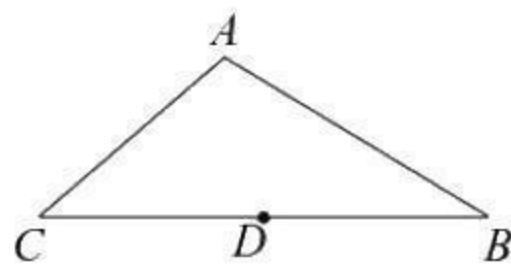
如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, O 为 AB 上一点. 以 O 为圆心, OB 长为半径的 $\odot O$ 过点 C , 交 AB 于另一点 D . 若 D 是 OA 的中点, 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线.



22. (本小题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 上一点.

- (1) 在 AB 上确定一点 O , 使得 $OA = OD$ (尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 在 (1) 的条件下, 当 $\angle AOD = 90^\circ$ 时, 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 旋转得到 $\triangle DEF$, 其中, D, E 分别是点 A, B 的对应点. 若 D 是 BC 的中点, EF 交 AB 于点 G , 求证: G 是 EF 的中点.



23. (本小题满分 10 分)

数学活动小组开展课外实践活动, 他们利用周末去测量某建筑物 (如图 1) 的高度, 携带的工具: 皮尺、自制测角仪. 皮尺 (如图 2) 的功能是直接测量任意可到达的两点间的距离 (两点间的距离不大于皮尺的测量长度; 借助自制测角仪 (如图 3) 可以在任一点 P 处, 通过测量和计算得到视线 PO 与水平方向 PQ 的仰角 (或俯角) $\angle OPQ$ 的大小.



图 1



图 2

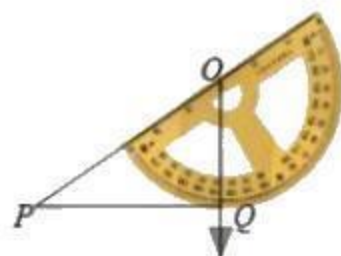


图 3

该小组预设了如下方案 (如图 4):

- (i) 在该建筑物 (MN) 的附近较空旷的平地上选择一点 A , 点 B 为测量人员竖直站立时眼睛的位置, 用自制测角仪获取最高处 (M) 的仰角 $\angle MBC = \alpha$;
- (ii) 用皮尺测得测量人员眼睛到地面的距离 $AB = a$ m, 以及测量点 A 与大楼底部 N 的水平距离 $AN = b$ m;
- (iii) 由实际背景可知四边形 $ABCN$ 为矩形, 所以, $CN = \text{①}$ m, $BC = \text{②}$ m;
- (iv) 在 $\text{Rt}\triangle BCM$ 中, $MC = \text{③}$ m, 所以, 建筑物的高 $MN = \text{④}$ m.

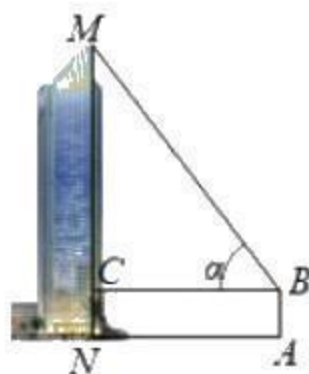


图 4

- (1) 请补全该小组预设方案中①②③④所缺的内容;
- (2) 在现场实践时, 发现由于客观原因, 无法测量该建筑物周围任意一点与该建筑物的水平距离, 即无法获得 (1) 中 AN 的长. 请你利用所带工具设计可行的测量方案, 并利用解直角三角形的知识, 求 MN 的高度. 要求: 测量长度和角度的次数均不超过两次, 且测量得到的长度用字母 a, b 表示, 角度用 α, β 表示.



24. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$, $A(-2, 0)$, $B(6, 4)$.

(1) 若抛物线经过点 A, B , 与 x 轴的另一个交点是 C .

① 求抛物线的解析式;

② 过点 B 作 $BD \perp x$ 轴, 垂足为 D . 延长 BD 至点 E , 连接 AE , 若 $\angle EAC = \angle ABC$, 求点 E 的坐标;

(2) 当 $b = -2a$ 时, 已知点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 直线 PQ 与直线 AB 交于点 $M(x_3, y_3)$. 若 $-2 \leq x_1 \leq -1$, $\frac{1}{2} \leq x_2 \leq \frac{3}{2}$ 时, 有 $(y_1 - y_3)(y_2 - y_3) < 0$ 成立, 直接写出 a 的取值范围.

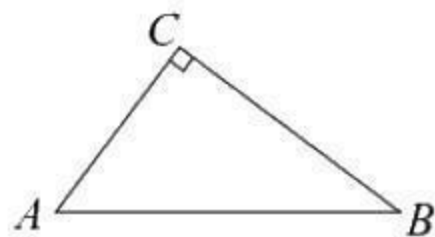
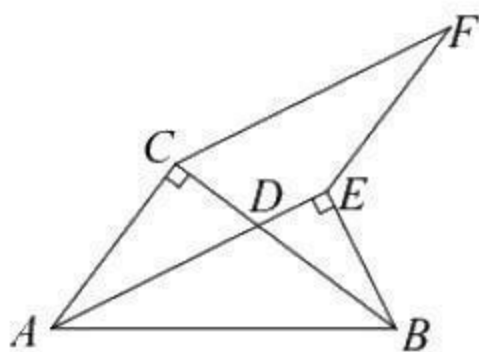
25. (本小题满分 14 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 在边 BC 上 (不与点 B, C 重合), 过点 B 作 $BE \perp AD$, 交 AD 延长线于点 E . 以 AE, AC 为边作 $\square AEFC$.

(1) 求证: $\angle CBE = \angle F$;

(2) 记 $\triangle ABC$ 的面积为 S_1 , $\square AEFC$ 的面积为 S_2 , 若 AD 平分 $\angle CAB$, 用等式表示 S_1 与 S_2 的数量关系, 并说明理由;

(3) 延长 FE 交 AB 于点 G , 连接 BF, DG , 若 $BF = BC$, 求证: $DG \perp AB$.



(备用图)

2023—2024 学年第二学期福州市九年级质量抽测

数学答案及评分标准

评分说明：

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果学生的解法与本解答不同，可根据习题的主要考查内容比照评分参考制定相应的评分细则。
2. 对于计算题，当学生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应给分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。
3. 解答右端所注分数，表示学生正确做到这一步应得的累加分数。
4. 只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分）

- | | | | | |
|------|------|------|------|-------|
| 1. A | 2. B | 3. A | 4. A | 5. C |
| 6. D | 7. B | 8. B | 9. C | 10. B |

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

- | | | |
|-----------------------|-----------|----------------|
| 11. -60 米 | 12. 抽样调查 | 13. 70° |
| 14. $x > \frac{2}{3}$ | 15. 396 元 | 16. DE |

三、解答题（本题共 9 小题，共 86 分）

17.（本小题满分 8 分）

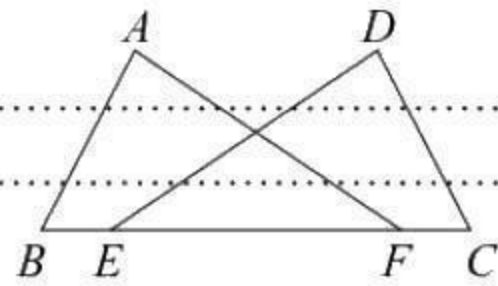
解：原式 = $\pi - 3 + 1 + 2$ 6 分
 = π 8 分

18.（本小题满分 8 分）

证明：∵ $BE = CF$ ，
 ∴ $BE + EF = CF + EF$ ，
 ∴ $BF = CE$ 3 分

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中

$\left\{ \begin{array}{l} AB = DC, \\ \angle B = \angle C, \\ BF = CE, \end{array} \right.$ 4 分
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE$, 5 分
$\therefore \angle A = \angle D$ 6 分
 8 分



19.（本小题满分 8 分）

解法一：∵ $\frac{a}{b} = 3$ ，
 ∴ $a = 3b$ ， 1 分

∴ 原式 = $(2 - \frac{3b}{3b-b}) \div \frac{(3b)^2 - 2 \times 3b \cdot b}{(3b)^2 - b^2}$ 2 分

= $(2 - \frac{3b}{2b}) \cdot \frac{9b^2 - b^2}{9b^2 - 6b^2}$ 4 分

= $(2 - \frac{3}{2}) \cdot \frac{8b^2}{3b^2}$ 6 分

= $\frac{1}{2} \times \frac{8}{3}$ 7 分

= $\frac{4}{3}$ 8 分

解法二：原式 = $(\frac{2a-2b}{a-b} - \frac{a}{a-b}) \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2-2ab}$ 2分
 $= \frac{a-2b}{a-b} \cdot \frac{(a+b)(a-b)}{a(a-2b)}$ 5分
 $= \frac{a+b}{a}$ 6分

$\therefore \frac{a}{b} = 3,$
 $\therefore a = 3b,$ 7分
 \therefore 原式 = $\frac{3b+b}{3b}$
 $= \frac{4}{3}.$ 8分

20. (本小题满分 8 分)

解：(1) 400; 2分
 $72^\circ;$ 4分

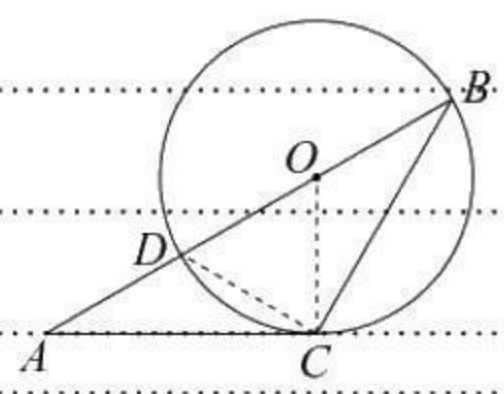
(2) 记两名男生为 M, N, 两名女生为 P, Q.
 根据题意, 可以列出如下表格:

第一名学生 第二名学生	M	N	P	Q
M		(N, M)	(P, M)	(Q, M)
N	(M, N)		(P, N)	(Q, N)
P	(M, P)	(N, P)		(Q, P)
Q	(M, Q)	(N, Q)	(P, Q)	

..... 6分
 由表(图)可知, 所有可能出现的结果共有 12 种, 且这些结果出现的可能性相等. 7分
 其中抽取的两名同学刚好为两位女同学的结果有 2 种.
 \therefore 抽取的两名同学刚好为两位女同学是 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$ 8分

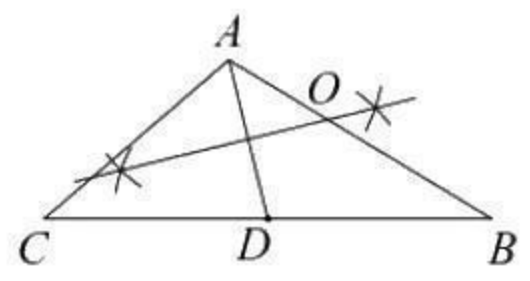
21. (本小题满分 8 分)

证明: 连接 OC, CD. 1分
 $\because CA = CB,$
 $\therefore \angle A = \angle B.$ 2分
 $\because BD$ 是直径,
 $\therefore \angle BCD = 90^\circ.$ 3分
 $\because D$ 是 OA 的中点,
 $\therefore AD = OD.$ 4分
 又 $OB = OD,$
 $\therefore AO = BD.$ 5分
 $\therefore \triangle AOC \cong \triangle BDC,$ 6分
 $\therefore \angle ACO = \angle BCD = 90^\circ,$ 7分
 $\therefore OC \perp AC.$
 \because 点 C 为半径 OC 的外端点,
 $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线. 8分



22. (本小题满分 10 分)

(1)



..... 3分
 如图, O 为所求作的点. 4分

(2) 证明: $\because D$ 是 BC 的中点,

$\therefore BD = \frac{1}{2}BC$ 5 分

$\because \triangle ABC$ 绕点 O 旋转得到 $\triangle DEF$, D, E 分别是点 A, B 的对应点,

$\therefore OB = OE, \angle BOE = \angle AOD = 90^\circ, \triangle ABC \cong \triangle DEF$, 6 分

$\therefore \angle BOD = 90^\circ, BC = EF, \angle ABC = \angle DEF$ 7 分

在 $\triangle ODB$ 与 $\triangle OGE$ 中

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle DEF, \\ OB = OE, \\ \angle BOD = \angle BOE, \end{cases}$$

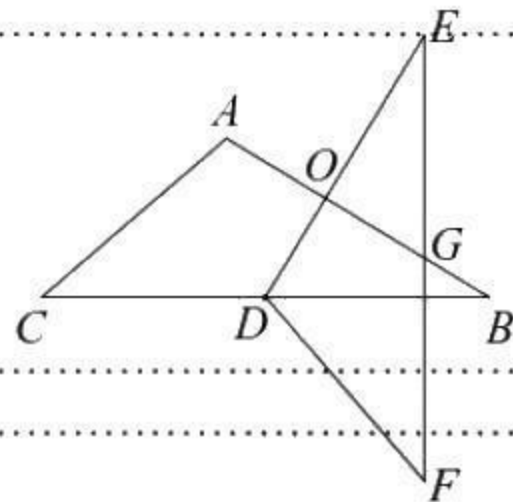
$\therefore \triangle ODB \cong \triangle OGE$, 8 分

$\therefore BD = EG$, 9 分

$\therefore EG = \frac{1}{2}EF$,

即 $EG = FG$,

$\therefore G$ 是 EF 中点. 10 分



23. (本小题满分 10 分)

解: (1) ① a ; 1 分

② b ; 2 分

③ $b \cdot \tan \alpha$; 3 分

④ $(b \cdot \tan \alpha + a)$; 4 分

(2) 先在该建筑物 (MN) 的附近较空旷的平地上选择一点 A ,

点 B 为测量人员竖直站立时眼睛的位置,

用自制测角仪获取最高处 (M) 的仰角 $\angle MBC = \alpha$,

然后由点 A 朝点 N 方向前进至点 D 处,

此时点 E 为测量人员竖直站立时眼睛的位置,

再用自制测角仪获取最高处 (M) 的仰角 $\angle MEC = \beta$; 5 分

再用皮尺测得测量人员眼睛到地面的距离 $AB = a$ m, 以及前进的距离 $AD = b$ m, 6 分

由实际背景可知四边形 $ABED$, 四边形 $ABCN$ 为矩形,

故 $NC = DE = AB = a$ m, $BE = AD = b$ m.

在 $Rt\triangle BCM$ 和 $Rt\triangle ECM$ 中, $\angle BCM = 90^\circ$,

$\therefore BC = \frac{MC}{\tan \alpha}$, 7 分

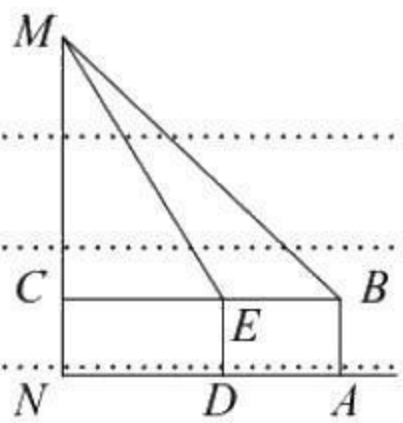
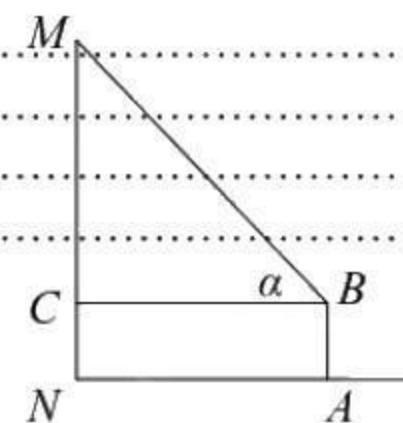
$EC = \frac{MC}{\tan \beta}$, 8 分

$\therefore BE = BC - EC = \frac{MC}{\tan \alpha} - \frac{MC}{\tan \beta}$, 9 分

即 $b = \frac{MC}{\tan \alpha} - \frac{MC}{\tan \beta}$,

$\therefore MC = \frac{b \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha}$,

$\therefore MN = MC + CN = \left(\frac{b \cdot \tan \alpha \cdot \tan \beta}{\tan \beta - \tan \alpha} + a \right) m$ 10 分



24. (本小题满分 12 分)

解: (1) ① 将 $A(-2, 0), B(6, 4)$ 代入 $y = ax^2 + bx - 2$,

得 $\begin{cases} 4a - 2b - 2 = 0, \\ 36a + 6b - 2 = 4, \end{cases}$ 2 分

解得 $\begin{cases} a = \frac{1}{4}, \\ b = -\frac{1}{2}, \end{cases}$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ 4 分

②将 $y=0$ 代入 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2$,

得 $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-2=0$,

解得 $x_1=4, x_2=-2$,

$\therefore A(-2, 0)$,

$\therefore C(4, 0)$ 5分

根据题意, 得 $AD=8, CD=2, AC=6, BD=4, \angle ADB=90^\circ$,

$\therefore \tan \angle BAD = \tan \angle CBD = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle BAD = \angle CBD$ 6分

$\therefore \angle EAC = \angle ABC$,

$\therefore \angle EAB = \angle EBA$,

$\therefore EB = EA$ 7分

$\therefore B(6, 4)$,

\therefore 设 $E(6, t)$,

$\therefore AE = BE = 4 - t, DE = -t$.

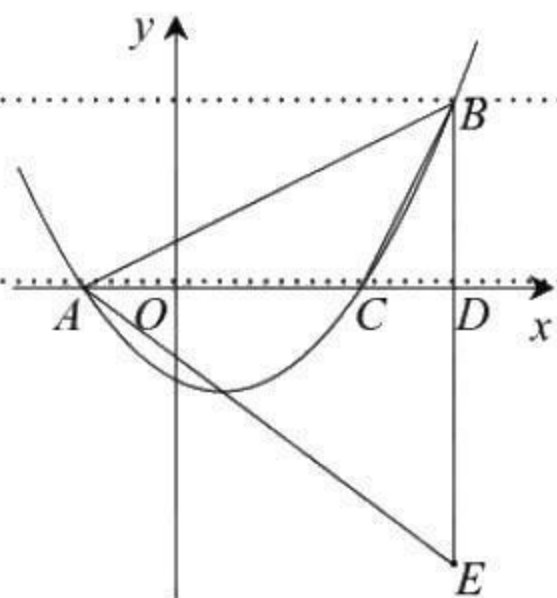
$\therefore AD^2 + DE^2 = AE^2$,

$\therefore 8^2 + (-t)^2 = (4 - t)^2$,

$\therefore t = -6$,

$\therefore E(6, -6)$ 8分

(2) $a < -5$ 或 $a > \frac{5}{6}$ 12分



25. (本小题满分 14 分)

(1) 证明: $\because BE \perp AD$,

$\therefore \angle AEB = 90^\circ$ 1分

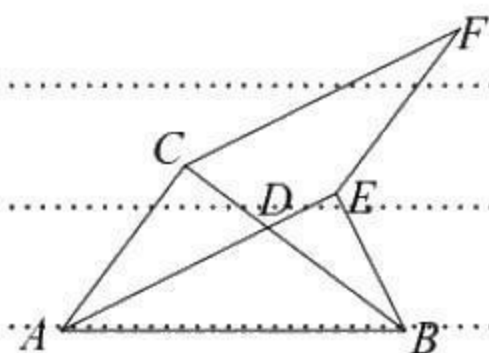
$\therefore \angle ACB = 90^\circ, \angle ADC = \angle BDE$,

$\therefore \angle CAE = \angle CBE$ 2分

\therefore 四边形 $AEFC$ 是平行四边形,

$\therefore \angle CAE = \angle F$ 3分

$\therefore \angle CBE = \angle F$ 4分



(2) 解: $S_1 = S_2$ 5分

理由如下: 延长 BE , AC 交于点 P , 过点 E 作 $EQ \perp AP$ 于点 Q .

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ 6分

$\therefore \angle AEP = \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle APB = \angle ABP$,

$\therefore AB = AP$ 7分

$\therefore EB = EP$, 即 $\frac{PE}{PB} = \frac{1}{2}$.

$\therefore EQ \perp AP$,

$\therefore \angle PQE = 90^\circ = \angle PCB$,

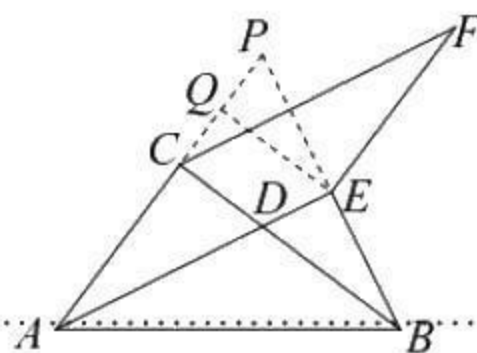
$\therefore EQ \parallel BC$,

$\therefore \triangle PQE \sim \triangle PCB$ 8分

$\therefore \frac{EQ}{BC} = \frac{PE}{PB}$,

$\therefore EQ = \frac{1}{2}BC$ 8分

$\therefore S_2 = AC \cdot EQ = \frac{1}{2}AC \cdot BC = S_1$.



(3) 证明: 延长 BE 交 CF 于点 T .

\therefore 四边形 $AEFC$ 是平行四边形,

$\therefore AC \parallel FG, AE \parallel CF, AC = EF$

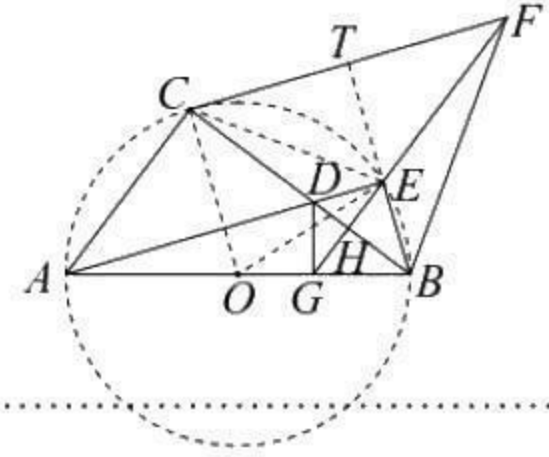
$\therefore \angle BTC = \angle BED = 90^\circ, \angle BHG = \angle BCA = 90^\circ$.

$\therefore BT \perp CF$.

$\because BC = BF$,
 $\therefore BE$ 垂直平分 CF ,
 $\therefore EC = EF$,10 分
 $\therefore AC = EC$,
 $\therefore \angle CAE = \angle CEA$.

取 AB 中点 O , 连接 OC , OE .

$\because \angle ACB = \angle AEB = 90^\circ$,
 $\therefore OE = \frac{1}{2} AB = OC$,
 $\therefore OA = OB = OC = OE$,
 \therefore 点 A , B , E , C 在以 O 为圆心, OA 为半径的圆上.11 分



$\because AC = EC$,
 $\therefore \widehat{AC} = \widehat{EC}$,
 $\therefore \angle CBA = \angle CBE$ 12 分

$\because \angle BHG = \angle BHE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BGE = \angle BEG$,
 $\therefore BG = BE$ 13 分

$\because BD = BD$,
 $\therefore \triangle BGD \cong \triangle BED$,
 $\therefore \angle BGD = \angle BED = 90^\circ$,
 $\therefore DG \perp AB$ 14 分