

南京大学强基--2023

1. 平分圆 $x^2 - 2x + y^2 - 4y = 0$ 的直线不经过第四象限, 则斜率的范围是_____.
2. 已知 $x, y \in [0, 1]$, 则 $x^2 + y^2 \leq 1$ 且 $(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 1$ 的概率是_____.
3. 在 1, 2, 3, 4, 5 中, 有放回地取数字三次, 则最小的数字为 2 的概率是_____.
4. 已知 $\frac{\sin^4 \alpha}{\sin^2 \beta} + \frac{\cos^4 \alpha}{\cos^2 \beta} = 1$, 则 $\frac{\sin^4 \beta}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos^4 \beta}{\cos^2 \alpha} =$ _____.
5. 满足不定方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$ 且 $x \leq y$ 的正整数解的组数是_____.
6. 已知实系数二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根为 α 和 β , 且满足 α 是虚数, $\frac{\alpha^2}{\beta}$ 是实数, 则 $\frac{\alpha}{\beta} =$ _____.
7. 已知 $a > 0, b > 0, x + y = c$, 则 $\sqrt{x^2 + a^2} + \sqrt{y^2 + b^2}$ 的最小值为_____.
8. 已知 $f(n) = \sum_{k=1}^n (k^2 + 3k + 2, n)$, 则 $f(100) =$ _____.
9. 已知 $\triangle ABC$ 的三边为 a, b, c , 满足 $a^2 + b^2 + c^2 = \alpha, a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = \beta$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.
10. 记 a_n 表示 n 在三进制下的各数字之和, 例如 $a_7 = 3, a_9 = 1$, 记 $S = \{a_n \mid a_n = 5, 1 \leq n \leq 2023\}$ 则 $|S| =$ _____.