2022年上海交通大学强基校测数学试卷

（附答案与详细解析）

1．等比数列 $\{a_n\}$，$a_1=-3$，$\dfrac{S_6}{S_3}=\dfrac{7}{8}$，$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$（　　）

A．不存在　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$-\dfrac{2}{3}$　　D．-2

2．集合 $A=\{1，2，t\}$，$B=\{a^2|a\in A\}$，$C=A\cup B$，C 中元素和为6，则元素积为（　　）

A．1　　B．-1　　C．8　　D．-8

3．x，y，z 为正整数，求$\dfrac{10x^2+10y^2+z^2}{xy+yz+xz}$的最小值为 ______．

4．直线 $kx+4y=1$ 垂直于$\begin{cases}x=2-3t\\y=1+4t\end{cases}$（$t$ 为参数），k 值为（　　）

A．3　　B．-3　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$-\dfrac{1}{3}$

5．$f(x)=\cos(\omega x-\dfrac{\pi}{6})(\omega>0)$，$f(x)\leqslant f(\dfrac{\pi}{4})$对$\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，则ω的最小值为（　　）

A．$\dfrac{3}{2}$　　B．1　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{2}{3}$

6．椭圆C：$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{4b^2}=1$，$P$，$A$，$B$在椭圆 C 上，k_{AP}，k_{BP} 为相反数（k 与 $-k$），则 k_{AB} 与（　　）

A．b，k 有关，与 P 点无关　　B．P 点，b，k 有关

C．P，k 有关，与 b 无关　　D．P，b 有关，与 k 无关

7．$\rho^2\cos\theta+\rho-3\rho\cos\theta-3=0$ 表示（　　）

A．一个圆　　B．一个圆与一条直线

C．两个圆　　D．两条线

8．$|\vec{b}|=|\vec{a}|=|\vec{c}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{1}{2}$，则$(\vec{a}+\vec{b})(2\vec{b}-\vec{c})$的最小值为（　　）

A．$3+\sqrt{3}$　　B．$3-\sqrt{3}$　　C．$2+\sqrt{2}$　　D．$2-\sqrt{2}$

9．$(1-x)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，求（$a_2+a_1$）（$a_1+a_3+a_5$）的值．

10．正四面体装水到高度的$\dfrac{1}{2}$，问倒置后高度至何处．

11．使 $3^{|x-3|}$+（x－3）sin（x－3）+$k$cos（x－3）＝0 有唯一的解的 k 有（　　）

A．不存在　　B．1 个　　C．2 个　　D．无穷多个

12．两个圆柱体底面积 S_1，S_2，体积 V_1，V_2，侧面积相等，$\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$，求$\frac{S_1}{S_2}$的值．

13．双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$，焦点为 A，B，点 C 在双曲线上，$\cos\angle ACB=\frac{3}{5}$，求△$ABC$ 的周长．

14．A＝{1，2，⋯，100}，B＝{$3x|x\in A$}，C＝{$2x|x\in A$}，求 $B\cap C$ 中元素个数．

15．$f(x)=\frac{ax^2}{2}-(1+2a)x+2\ln x\ (a>0)$在$(\frac{1}{2},\ 1)$中有极大值，则 a 的取值范围为（　　）

A．（1，2）　　B．（1，+∞）　　C．（2，+∞）　　D．$(\frac{1}{e},\ +\infty)$

16．⊙O_1，⊙O_2 与 y＝kx，x 轴正半轴均相切，r_1r_2＝2，交点 P（2，2），则 k＝（　　）

A．1　　B．$\frac{4}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{1}{2}$

17．偶函数 f（x）满足 f（x+4）＝f（x）+2f（2），求 f（2022）的值．

18．sin（2022πx）＝x^2 实根个数为 ______．

19．求方程 $|\sin x|+|\cos x|=\frac{\pi}{6}$的根为 ______．

20．F_1，F_2 为双曲线两焦点（焦点在 x 轴），直线 AB 经过 F_1 且与双曲线左右两支交于点 A，B，$2AF_1$＝AB，$\angle F_1AF_2$＝120°，求双曲线的离心率．

21．f（x）＝$|x+1|+|x|-|x-2|$，f（f（x））+1＝0 根的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．0

22．△ABC，M 为平面上一点，$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle BCM}}$＝（　　）

A．3　　B．8　　C．$\frac{8}{3}$　　D．$\frac{3}{8}$

23．已知集合 A＝{（x，y）|$x^2+y^2\leqslant 2$，$x\in\mathbf{Z}$，$y\in\mathbf{Z}$}，则 A 中元素的个数为（　　）

A．4　　B．5　　C．8　　D．9

24．$\tan 15^\circ+2\sqrt{2}\sin 15^\circ$＝（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．1

25．空间中到正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱 A_1D_1，AB，CC_1 距离相等的点有（　　）

A．无数　　B．0　　C．2　　D．3

26．$a>b>0$，则 $a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}$ 最小值为（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．$\frac{3\sqrt{10}}{2}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．4

27．多项式 $f(x)$，$g(x)$，问两命题“$f(x)$ 是 $g(x)$ 因式”，“$f(f(x))$ 是 $g(g(x))$ 因式”充分必要关系．

28．等势集合指两个集合间一一对应，下列为等势集合的是（　　）

A．$[0,1]$ 与 $\{E|0\leqslant E\leqslant 1\}$　　B．$[0,1]$ 与 $\{a,b,c,d\}$

C．$(0,1)$ 与 $[0,1]$　　D．$\{1,2,3\}$ 与 $\{a,b,c,d\}$

29．$f(x)=lnx-mx^2+(1-2m)x+1$，对 $\forall x>0$，$f(x)\leqslant 0$，求整数 m 的最小值．

30．数列 $\{a_n\}$，$a_1=2$，$a_2=6$，$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$，求 $\sum_{i=1}^{2022}\frac{1}{a_i}$．

31．椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{9}=1(a>3)$，弦 AB 中垂线过 $(-\frac{a}{5},0)$，求离心率 e 的取值范围．

32．椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的焦点为 F_1，F_2，点 P 在 $x+2\sqrt{3}y-4\sqrt{3}=0$ 上，当 $\angle F_1PF_2$ 最大时，则 $\frac{PF_1}{PF_2}=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{3}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{5}$

33．$\triangle ABC$ 中，$A=3B=9C$，$\cos A\cos B+\cos B\cos C+\cos C\cos A=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$-\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

34．8 个点将半圆分成 9 段弧，以 10 个点（包括 2 个端点）为顶点的三角形中钝角三角形有（　　）个

A．55　　B．112　　C．156　　D．120

35．$a_0=\frac{1}{4}$，$a_{n+1}=a_n^2+a_n$，求 $[\sum_{i=0}^{2022}\frac{1}{a_i+1}]$ 的值．

36．$f(x)=|x|+2x+1+3^x$ 的反函数为 $g(x)$，$(g(x^2))^2=1$ 的根有（　　）个

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

37. $\lim\limits_{x \to 2}\frac{f(5-x)-3}{x-2}=2$，$f(3)=3$，$f$（$x$）在（3，$f$（3））处切线方程为（　　）

A．$2x+y+9=0$　　B．$2x+y-9=0$　　C．$-2x+y+9=0$　　D．$-2x+y-9=0$

2022年上海交通大学强基校测数学试卷

参考答案与试题解析

1．等比数列 $\{a_n\}$，$a_1=-3$，$\dfrac{S_6}{S_3}=\dfrac{7}{8}$，$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$（　　）

A．不存在　　B．$\dfrac{2}{3}$　　C．$-\dfrac{2}{3}$　　D．－2

【分析】运用等比数列前 n 项和公式求 S_n，再求极限即可．

【解答】解：∵等比数列$\{a_n\}$，$a_1=-3$，$\dfrac{S_6}{S_3}=\dfrac{7}{8}$，

∴$\dfrac{1-q^6}{1-q^3}=\dfrac{7}{8}$，解得，$q=-\dfrac{1}{2}$，$S_n=\dfrac{(-3)[1-(-\frac{1}{2})^n]}{1-(-\frac{1}{2})}$，

∴$\lim\limits_{n\to\infty}S_n=-2$．

故选：D．

【点评】本题考查了等比数列的基本运算，极限的计算，是基础题．

2．集合 $A=\{1，2，t\}$，$B=\{a^2|a\in A\}$，$C=A\cup B$，C 中元素和为6，则元素积为（　　）

A．1　　B．－1　　C．8　　D．－8

【分析】根据集合 C 中的元素的和为6可得 B 中的元素，进而可以求 C 中的元素，由此即可求解，注意分类讨论．

【解答】解：因为 $A=\{1，2，t\}$，$B=\{a^2|a\in A\}$，所以 $1\in B$，$4\in B$，$t^2\in B$，

所以以 $1\in \mathbf{C}$，$4\in \mathbf{C}$，$t^2\in \mathbf{C}$，

若 $t^2=1$，则 $t=1$（舍去）或－1，此时 $C=\{1，2，4，-1\}$，符合题意，

所以 C 中的元素的积为 $1\times2\times4\times(-1)=-8$，

若 $t^2=2$，则 $t=\sqrt{2}$或$-\sqrt{2}$，此时 $C=\{1，2，4，\sqrt{2}\}$或$\{1，2，4，-\sqrt{2}\}$，

与已知 C 中的元素和为6不符，

若 $t^2=t$，则 $t=0$ 或1（舍去），此时 $C=\{1，2，4，0\}$，

也与已知 C 中的元素和为6不符，

若 $t^2\neq1$，2，t，则 $C=\{1, 2, 4, t, t^2\}$，则 $1+2+4+t+t^2=6$，即 $t^2+t+1=0$，方程无解，

综上，C 中元素的积为－8，

故选：D．

【点评】本题考查了集合元素的性质以及并集的应用，涉及到分类讨论思想的应用，考查了学生的运算转化能力，属于中档题．

3．x，y，z 为正整数，求$\frac{10x^2+10y^2+z^2}{xy+yz+xz}$的最小值为 <u> 4 </u>．

【分析】直接利用关系式的变换和不等式的应用求出结果．

【解答】解：引入参数 k 值，使之满足 $10x^2+10y^2+z^2=kx^2+ky^2+(10-k)z^2+\frac{z^2}{2}+(10-k^2)y^2+\frac{z^2}{2}\geqslant2kxy+\sqrt{2(10-k)}\cdot(yz+xz)$，

依据取等号的条件，有 $2k=\sqrt{2(10-k)}=t$，

整理得：$t=4$，

故$\frac{10x^2+10y^2+z^2}{xy+yz+xz}$的最小值为 4．

故答案为：4．

【点评】本题考查的知识要点：关系式的变换，不等式的应用，主要考查学生的运算能力和数学思维能力，属于中档题．

4．直线 $kx+4y=1$ 垂直于$\begin{cases}x=2-3t\\y=1+4t\end{cases}$（$t$ 为参数），k 值为（　　）

A．3　　B．－3　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

【分析】先将参数方程化为普通方程，再结合直线垂直的性质，即可求解．

【解答】解：$\begin{cases}x=2-3t\\y=1+4t\end{cases}$（$t$ 为参数），

消去参数 t 可得，$4x+3y-11=0$，

∵直线 $kx+4y=1$ 垂直于$\begin{cases}x=2-3t\\y=1+4t\end{cases}$（$t$ 为参数），

∴ $-\frac{k}{4}\times(-\frac{4}{3})=-1$，解得 $k=-3$．

故选：B．

【点评】本题主要考查参数方程的应用，属于基础题．

5. $f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$，$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{4})$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立，则ω的最小值为（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 1　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{2}{3}$

【分析】由余弦函数的最值和相应自变量的取值，令 $k=0$，可得所求最小值．

【解答】解：$f(x)=\cos(\omega x-\frac{\pi}{6})(\omega>0)$，$f(x)\leqslant f(\frac{\pi}{4})$对$\forall x\in\mathbf{R}$恒成立，

可得 f（x）的最大值为 f（$\frac{\pi}{4}$），且为 1，

则$\frac{\pi\omega}{4}-\frac{\pi}{6}=2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

解得$\omega=8k+\frac{2}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$，

由$\omega>0$，可得 $k=0$ 时，ω的最小值为$\frac{2}{3}$.

故选：D．

【点评】本题考查三角函数的最值和不等式恒成立问题解法，考查方程思想和运算能力，属于基础题．

6. 椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4b^2}=1$，P，A，B在椭圆 C 上，k_{AP}，k_{BP} 为相反数（k 与 $-k$），则 k_{AB} 与（　　）

A. b，k 有关，与 P 点无关　　B. P 点，b，k 有关

C. P，k 有关，与 b 无关　　D. P，b 有关，与 k 无关

【分析】设 P（m，n），则直线 PA 的方程为 $y-n=k$（$x-m$），与椭圆方程联立方程组可得 A 点坐标，同理可得 B 点坐标，从而可得 $k_{AB}=\frac{2mb^2}{n}$.

【解答】解：设 P（m，n），则直线 PA 的方程为 $y-n=k$（$x-m$），

由$\begin{cases}y=k(x-m)+n\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4b^2}=1\end{cases}$，消去 y 得 $b^2x^2+[k(x-m)+n]^2=4b^2$，

∴$(b^2+k^2)x^2+(2nk-2mk^2)x+k^2m^2-2mkn+n^2-4b^2=0$，

∴$m+x_A=-\frac{2nk-2mk^2}{b^2+k^2}$，∴$x_A=-\frac{2nk-2mk^2}{b^2+k^2}-m$，$y_A=k(-\frac{2nk-2mk^2}{b^2+k^2}-2m)+n$，

同理可得 $x_B=\frac{2nk+2mk^2}{b^2+k^2}-m$，$y_B=-k\left(\frac{2nk+2mk^2}{b^2+k^2}-2m\right)+n$，

$$\therefore k_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{k\left(\frac{-2nk+2mk^2}{b^2+k^2}-2m\right)+k\left(\frac{2nk+2mk^2}{b^2+k^2}-2m\right)}{\frac{-2nk+2mk^2}{b^2+k^2}-\frac{2nk+2mk^2}{b^2+k^2}}=\frac{2mb^2}{n}.$$

故选：D.

【点评】本题考查直线与椭圆的位置关系，考查学生的运算求解能力，属中档题.

7．$\rho^2\cos\theta+\rho-3\rho\cos\theta-3=0$ 表示（　　）

A．一个圆　　B．一个圆与一条直线

C．两个圆　　D．两条线

【分析】根据已知条件，推得$\rho=3$ 或$\rho\cos\theta=-1$，再结合极坐标公式，即可求解.

【解答】解：$\because \rho^2\cos\theta+\rho-3\rho\cos\theta-3=0$，

$\therefore$（$\rho-3$）（$\rho\cos\theta+1$）$=0$，解得$\rho=3$ 或$\rho\cos\theta=-1$，

$\because \rho^2=x^2+y^2$，$x=\rho\cos\theta$，

$\therefore x^2+y^2=9$ 或 $x=-1$，

故$\rho^2\cos\theta+\rho-3\rho\cos\theta-3=0$ 表示一个圆与一条直线.

故选：B.

【点评】本题主要考查简单曲线的极坐标公式，考查转化能力，属于基础题.

8．$|\vec{b}|=|\vec{a}|=|\vec{c}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，则 $(\vec{a}+\vec{b})(2\vec{b}-\vec{c})$的最小值为（　　）

A．$3+\sqrt{3}$　　B．$3-\sqrt{3}$　　C．$2+\sqrt{2}$　　D．$2-\sqrt{2}$

【分析】设$\vec{b}=$（1，0），$\vec{a}=$（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\vec{c}=$（$\cos\alpha$，$\sin\alpha$），根据向量的数量积以及三角函数的有关知识即可求解结论.

【解答】解：$\because |\vec{b}|=|\vec{a}|=|\vec{c}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，

可设$\vec{b}=$（1，0），$\vec{a}=$（$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$），$\vec{c}=$（$\cos\alpha$，$\sin\alpha$），$\alpha\in[0，2\pi)$，

$\therefore (\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{b}-\vec{c})=$（$\frac{3}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$）$\cdot$（$2-\cos\alpha$，$-\sin\alpha$）$=3-\frac{3}{2}\cos\alpha-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha=3-\sqrt{3}\sin$（$\alpha+\frac{\pi}{3}$），

∴当 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})=1$ 时，$(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{b}-\vec{c})$取最小值 $3-\sqrt{3}$.

故选：B.

【点评】本题主要考查向量数量积的应用以及三角函数的有关知识，属于中档题.

9. $(1-x)^5=a_0+a_1x+\cdots+a_5x^5$，求（$a_2+a_1$）（$a_1+a_3+a_5$）的值.

【分析】分别令 $x=1$ 和 $x=-1$，可列式得 $a_1+a_3+a_5=-16$，又利用二项展开式可得，$a_1=-C_5^1=-5$，$a_2=C_5^2=10$，从而可解.

【解答】解：当 $x=0$ 时，$a_0=1$，

又当 $x=1$ 时，$a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$.

当 $x=-1$ 时，$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5=32$，

以上两式相减得，$2a_1+2a_3+2a_5=-32$，则 $a_1+a_3+a_5=-16$，

又根据二项展开式可得，$a_1=-C_5^1=-5$，$a_2=C_5^2=10$，

则 $a_1+a_2=5$，

则（a_2+a_1）（$a_1+a_3+a_5$）$=-80$.

【点评】本题考查二项展开式相关知识，属于中档题.

10. 正四面体装水到高度的$\frac{1}{2}$，问倒置后高度至何处.

【分析】设正四面体的底面积为 S，高为 h，体积为 $V=\frac{1}{3}Sh$，可得有水部分的体积为$\frac{7}{8}V$，倒置后，再由体积比是相似比的立方求解.

【解答】解：设正四面体的底面积为 S，高为 h，体积为 $V=\frac{1}{3}Sh$，

正四面体装水到高度的$\frac{1}{2}$，则上面无水部分也为正四面体，底面积为$\frac{1}{4}S$，高为$\frac{1}{2}h$，体积为$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}S\cdot\frac{1}{2}h=\frac{1}{8}V$，

有水部分的体积为$\frac{7}{8}V$，

倒置后，下面正四面体的体积是$\frac{7}{8}V$，即有水部分的体积与原正四面体的体积比为

$\frac{\frac{7}{8}V}{V}=\frac{7}{8}$，

∴倒置后高度至何处原正四面体高的$\frac{\sqrt[3]{7}}{2}$.

【点评】本题考查棱锥的结构特征，考查运算求解能力，是基础题．

11．使 $3^{|x-3|}+(x-3)\sin(x-3)+k\cos(x-3)=0$ 有唯一的解的 k 有（　　）

A．不存在　　B．1 个　　C．2 个　　D．无穷多个

【分析】令 $3-x=t$，则 $3^{|t|}+t\sin t+k\cos t=0$，构造函数 $f(t)=3^{|t|}+t\sin t+k\cos t$，且 $t\in\mathbf{R}$，得出 $f(t)$ 为偶函数，根据偶函数的对称性，假设有 $f(t_1)=0$，必有 $f(-t_1)=0$，与题设矛盾，则只有 $f(0)=0$，即可得出答案．

【解答】解：令 $3-x=t$，则 $3^{|t|}+t\sin t+k\cos t=0$，设 $f(t)=3^{|t|}+t\sin t+k\cos t$，且 $t\in\mathbf{R}$，

则 $f(-t)=3^{|-t|}+(-t)\sin(-t)+k\cos(-t)=3^{|t|}+t\sin t+k\cos t=f(t)$，

∴$f(t)$ 为偶函数，则 f 函数 (t) 的图象关于 y 轴对称，

由偶函数的对称性，若 $f(t)=0$ 的零点不为 $t=0$，则有 $f(t_1)=0$，必有 $f(-t_1)=0$，不满足 $f(t)=0$ 的唯一性，

∴只能是 $f(0)=0$，即 $3^{|0|}+0+k\cos 0=0$，解得 $k=-1$，故 k 只有唯一一个，

故选：B．

【点评】本题考查函数的零点与方程根的关系，根据函数的性质，考查转化思想，函数思想的应用，属于中档题．

12．两个圆柱体底面积 S_1，S_2，体积 V_1，V_2，侧面积相等，$\frac{V_1}{V_2}=\frac{3}{2}$，求$\frac{S_1}{S_2}$的值．

【分析】设出底面半径和高，由题意结合侧面积和体积的关系得到半径的比值，然后计算底面积的比值即可．

【解答】解：设两圆柱的底面半径为 r_1，r_2，高为 h_1，h_2，

由题意可得：$2\pi r_1h_1=2\pi r_2h_2$，即$\frac{r_1}{r_2}=\frac{h_2}{h_1}$，

且$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\pi r_1^2h_1}{\pi r_2^2h_2}=\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}\times\frac{r_2}{r_1}=\frac{r_1}{r_2}=\frac{3}{2}$，

从而$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2}=\frac{9}{4}$．

故答案为：$\frac{9}{4}$．

【点评】本题主要考查圆柱的侧面积公式，圆柱的体积公式，圆柱的底面积公式等知识，属于基础题．

13．双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$，焦点为 A，B，点 C 在双曲线上，$\cos\angle ACB=\frac{3}{5}$，求△$ABC$ 的周长．

【分析】利用双曲线方程求解 a，b，c，结合余弦定理，以及双曲线的定义，转化求解即可．

【解答】解：双曲线$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$，可得 $a=2$，$c=4$，A（－4，0），B（4，0），不妨设 C 在第一象限，

由双曲线的定义可知$|AC|-|CB|=2a=4$，可得$|AC|^2+|BC|^2-2|AC||BC|=16$，

$\cos\angle ACB=\frac{3}{5}$，由余弦定理可得$|AB|^2=|AC|^2+|BC|^2-2|AC||BC|\cos\angle ACB$，

即 $64=|AC|^2+|BC|^2-2|AC||BC|\times\frac{3}{5}$，解得$|AC|=10$，$|BC|=6$，$|AB|=8$，

则△ABC 的周长为：24．

故答案为：24．

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，余弦定理以及双曲线定义的应用，是中档题．

14．$A=\{1，2，\cdots，100\}$，$B=\{3x|x\in A\}$，$C=\{2x|x\in A\}$，求 $B\cap C$ 中元素个数．

【分析】集合 B 中的元素为 300 以内 3 的倍数，集合 C 中的元素为 200 以内 2 的倍数，即可解出．

【解答】解：由题意可知，集合 B 中的元素为 300 以内 3 的倍数，

集合 C 中的元素为 200 以内 2 的倍数，

所以 $B\cap C$ 中的元素为 200 以内 6 的倍数，

所以元素共有$\frac{200}{6}\approx 33$，

即 $B\cap C$ 中共有 33 个元素．

【点评】本题考查了交集，学生的逻辑思维能力，数学运算能力，属于基础题．

15．$f(x)=\frac{ax^2}{2}-(1+2a)x+2\ln x\ (a>0)$在$(\frac{1}{2}，1)$中有极大值，则 a 的取值范围为（　　）

A．(1，2)　　B．(1，+∞)　　C．(2，+∞)　　D．$(\frac{1}{e}，+\infty)$

【分析】对 $f(x)$ 求导，根据 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{2},1)$ 中有极大值，可得方程 $f'(x)=0$ 在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内有解，然后求出 a 的取值范围即可.

【解答】解：由 $f(x)=\frac{ax^2}{2}-(1+2a)x+2\ln x\ (a>0)$，得 $f'(x)=ax-(1+2a)+\frac{2}{x}$，

∵函数 $f(x)=\frac{ax^2}{2}-(1+2a)x+2\ln x\ (a>0)$ 在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内有极大值，

∴方程 $f'(x)=ax-(1+2a)+\frac{2}{x}=0$ 在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内有解，

即方程 $ax-(1+2a)+\frac{2}{x}=0$ 在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内有解，

∴ $a=\frac{1}{x}$ 在区间 $(\frac{1}{2},1)$ 内有解，

故 $a=\frac{1}{x}\in(1,2)$，

则 a 的取值范围是 $(1,2)$.

故选：A.

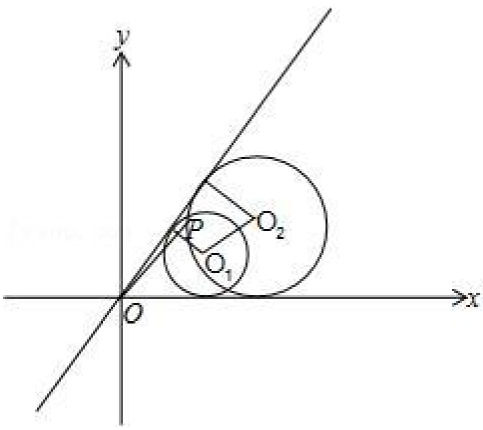
【点评】本题考查了利用导数研究函数的单调性与极值，考查了转化思想和方程思想，属中档题.

16．$\odot O_1$，$\odot O_2$ 与 $y=kx$，x 轴正半轴均相切，$r_1r_2=2$，交点 $P(2,2)$，则 $k=$（　　）

A．1　　　　B．$\frac{4}{3}$　　　　C．$\frac{3}{4}$　　　　D．$\frac{1}{2}$

【分析】由题意画出图形，可得两圆交点 $P(2,2)$ 在直线 $y=kx$ 的右下方，求出 OP 所在直线的斜率，结合选项得答案.

【解答】解：如图，



$\odot O_1$，$\odot O_2$ 均与直线 $y=kx$ 相切，则两圆交点 $P(2,2)$ 在直线 $y=kx$ 的右下方，

而 OP 所在直线当斜率为 1，可得 $k>1$，

结合选项可知，$k=\frac{4}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查圆与圆、直线与圆的位置关系，考查数形结合思想，是中档题.

17．偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4)=f(x)+2f(2)$，求 $f(2022)$ 的值.

【分析】由偶函数的定义和赋值法，可得 $f(2)=0$，推得 $f(x)$ 的周期，计算可得所求值.

【解答】解：偶函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4)=f(x)+2f(2)$，

令 $x=-2$，则 $f(2)=f(-2)+2f(2)$，

即 $f(2)+f(-2)=0$，

又 $f(-2)=f(2)$，可得 $f(2)=0$，

所以 $f(x+4)=f(x)$，

即 $f(x)$ 的最小正周期为 4，

所以 $f(2022)=f(4\times505+2)=f(2)=0$.

【点评】本题考查函数的奇偶性和周期性的定义和运用，考查方程思想和运算能力，属于基础题.

18．$\sin(2022\pi x)=x^2$ 实根个数为 <u>4044</u>.

【分析】设 $f(x)=\sin(2022\pi x)$，$g(x)=x^2$，求出 $f(x)$ 的周期，由 $f(x)$ 的最大值为 1，$x\in[-1,1]$，时，$0\leqslant g(x)\leqslant 1$，利用 $f(x)$ 的周期，得出两者图象交点的个数，从而得出答案.

【解答】解：设 $f(x)=\sin(2022\pi x)$，$g(x)=x^2$，

$\therefore g(-1)=g(1)=1$，$x>1$ 或 $x<-1$ 时，$g(x)>1$，$f(x)\leqslant 1$，两者无交点，

$\therefore f(x)=\sin(2022\pi x)$ 的周期为 $T=\frac{2\pi}{2022\pi}=\frac{1}{1011}$，在$[0,1]$上有 1011 个周期，在$[-1,0)$上有 1011 个周期，

$f(-1)=\sin(-2022\pi)=0$，$f(1)=\sin(2022\pi)=0$，$x=-1$ 在 $f(x)$ 增区间上，$x=1$ 在 $f(x)$ 增区间上，

因此在$[-1,1]$上的每个区间$[-1+\frac{k}{1011},-1+\frac{k+1}{1011})$（$k\in\mathbf{N}^*$，$k\leqslant 2021$）上，

$f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象都是两个交点，共 4044 个交点，即原方程有 4044 个解.

故答案为：4044.

【点评】本题考查了函数的零点与方程根的关系，属于中档题．

19．求方程 $|\sin x|+|\cos x|=\frac{\pi}{6}$的根为 ___无实数解___．

【分析】对于方程 $|\sin x|+|\cos x|=\frac{\pi}{6}$，两边平方，利用三角函数的平方关系、倍角公式、三角函数的单调性与值域即可得出结论．

【解答】解：∵方程 $|\sin x|+|\cos x|=\frac{\pi}{6}$，

两边平方可得：$\sin^2x+\cos^2x+|2\sin x\cos x|=\frac{\pi^2}{36}$，

$\therefore 1+|\sin 2x|=\frac{\pi^2}{36}$

$\therefore |\sin 2x|=\frac{\pi^2}{36}-1<0$，

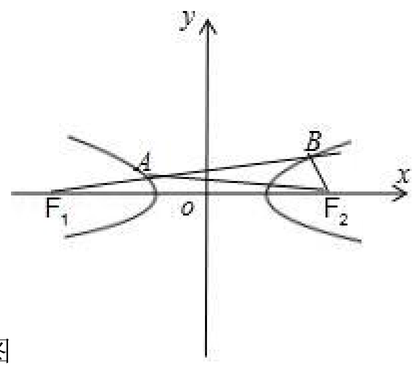
因此方程无实数解．

故答案为：无实数解．

【点评】本题考查了平方关系、倍角公式、三角方程的解法、三角函数的单调性与值域，考查了推理能力与计算能力，属于基础题．

20．F_1，F_2 为双曲线两焦点（焦点在 x 轴），直线 AB 经过 F_1 且与双曲线左右两支交于点 A，B，$2AF_1=AB$，$\angle F_1AF_2=120°$，求双曲线的离心率．

【分析】根据双曲线的定义以及余弦定理即可求解结论．

【解答】解：如图

，

$\because 2AF_1=AB$，$\angle F_1AF_2=120°$，

设 $2AF_1=AB=2x$，则 $AF_2=2a+x$，$BF_2=3x-2a$，且$\angle BAF_2=60°$，

∴在$\triangle ABF_2$ 中，$AF_2^2=AB^2+BF_2^2$，可得$(3x-2a)^2=(2x)^2+(2a+x)^2-2\cdot 2x\cdot(2a+x)\times\cos 60°$，①

在$\triangle AF_1F_2$ 中，$F_1F_2^2=AF_1^2+AF_2^2$，可得$(2c)^2=x^2+(2a+x)^2-2\cdot x\cdot(2a+x)\times\cos 120°$，②

可得：$x=2a$ 且 $4c^2=3x^2+4a^2+6ax$，

代入可得 $c=\sqrt{7}a$，

故离心率 $e=\sqrt{7}$.

故答案为：$\sqrt{7}$.

【点评】本题主要考查双曲线的定义应用以及余弦定理的应用，考查计算能力，属于中档题.

21．$f(x)=|x+1|+|x|-|x-2|$，$f(f(x))+1=0$ 根的个数为（　　）

A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．0

【分析】根据绝对值的意义，求出 $f(x)$ 的表达式，利用换元法转化为两个函数交点个数问题进行求解即可.

【解答】解：当 $x\leqslant-1$ 时，$f(x)=-(x+1)-x+(x-2)=-x-3$，

当 $-1<x<0$ 时，$f(x)=x+1-x+(x-2)=x-1$，

当 $0\leqslant x\leqslant2$ 时，$f(x)=x+1+x+(x-2)=3x-1$，

当 $x>2$ 时，$f(x)=x+1+x-(x-2)=x+3$，

作出 $f(x)$ 的图象如图：

设 $t=f(x)$，

由 $f(t)+1=0$，得 $f(t)=-1$，

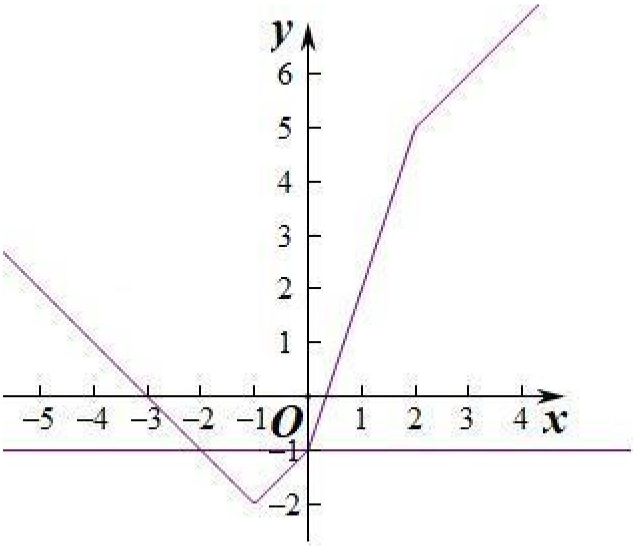
得 $t=0$ 或 $t=-2$，

当 $t=0$ 时，$f(x)=0$，有两个根，

当 $t=-2$ 时，$f(x)=-2$，有 1 个根，

综上 $f(f(x))+1=0$ 的根的个数为 3 个，

故选：C.



【点评】本题主要考查函数与方程的应用，根据绝对值的意义求出函数 $f(x)$ 的表达式，利用换元法转化为两个函数交点个数问题是解决本题的关键，是中档题．

22．△ABC，M 为平面上一点，$\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle BCM}}=$（　　）

A．3　　B．8　　C．$\frac{8}{3}$　　D．$\frac{3}{8}$

【分析】延长 AM 交 BC 于 G，则 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，因为 A，M，G 三点共线，所以 $\overrightarrow{AG}=t\overrightarrow{AM}$，即 $\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}=t(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC})$，所以 $\frac{\lambda}{1-\lambda}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$，则 $\frac{\lambda}{1-\lambda}=\frac{8}{3}$，故 $\lambda=\frac{8}{11}$ 且 $t=\frac{12}{11}$，又 $\overrightarrow{CG}=\lambda\overrightarrow{CB}$，故 $\overrightarrow{CG}=\frac{8}{11}\overrightarrow{CB}$，所以 $\frac{BG}{CG}=\frac{3}{8}$，$\frac{GM}{GA}=\frac{1}{12}$，从而可得面积之比．

【解答】解：如图，延长 AM 交 BC 于 G，则 $\overrightarrow{AG}=\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，因为 A，M，G 三点共线，所以 $\overrightarrow{AG}=t\overrightarrow{AM}$，

即 $\lambda\overrightarrow{AB}+(1-\lambda)\overrightarrow{AC}=t(\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC})$，

所以 $\frac{\lambda}{1-\lambda}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}}$，则 $\frac{\lambda}{1-\lambda}=\frac{8}{3}$，故 $\lambda=\frac{8}{11}$ 且 $t=\frac{12}{11}$，

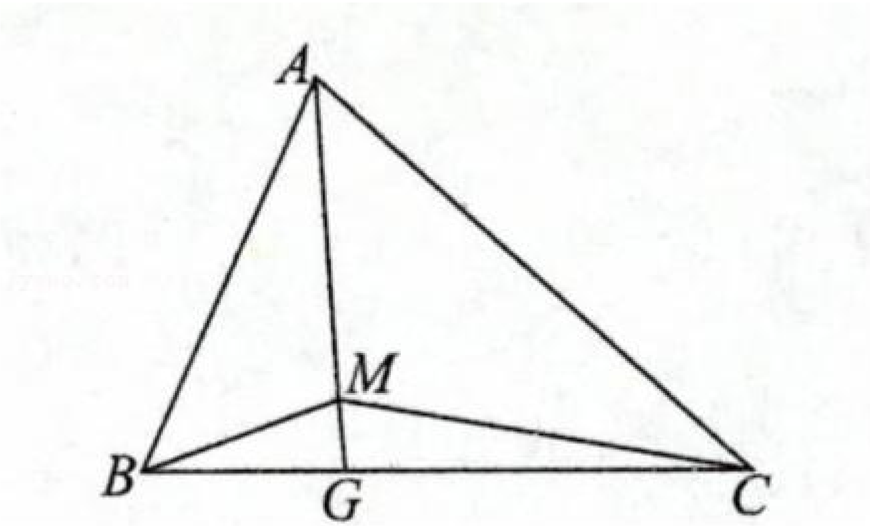
又 $\overrightarrow{CG}=\lambda\overrightarrow{CB}$，故 $\overrightarrow{CG}=\frac{8}{11}\overrightarrow{CB}$，

所以$\frac{BG}{CG}=\frac{3}{8}$，$\frac{GM}{GA}=\frac{1}{12}$，

所以$S_{\triangle BMC}=\frac{11}{3}S_{\triangle BGM}=\frac{11}{3}\times\frac{1}{11}S_{\triangle ABM}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABM}$，

所以$\frac{S_{\triangle ABM}}{S_{\triangle BCM}}=3$.

故选：A.



【点评】本题考查平面向量的线性运算，属于中档题.

23．已知集合$A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 2,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$，则$A$中元素的个数为（　　）

A．4　　B．5　　C．8　　D．9

【分析】集合A的元素代表圆周及其内部的点，分坐标轴和象限进行讨论，即可得到结论

【解答】解：根据题意：$A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 2,x,y\in\mathbf{Z}\}=\{(-1,-1),(-1,0),(-1,1),(0,-1),(0,0)(0,1),(1,-1),(1,0),(1,1)\}$共9个元素，是平面直角坐标系中9个点.

故选：D.

【点评】本题考查集合的表示以及点与圆的位置关系，解题时需注意集合A的元素为两坐标均为整数的点，本题属于基础题.

24．$\tan15°+2\sqrt{2}\sin15°=$（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．1

【分析】由两角差的正弦公式、正切公式，结合特殊角的三角函数值，计算可得所求值.

【解答】解：$\tan15°+2\sqrt{2}\sin15°=\tan(45°-30°)+2\sqrt{2}\sin(45°-30°)$

$=\dfrac{1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}}{1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}}+2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-1=1.$

故选：D.

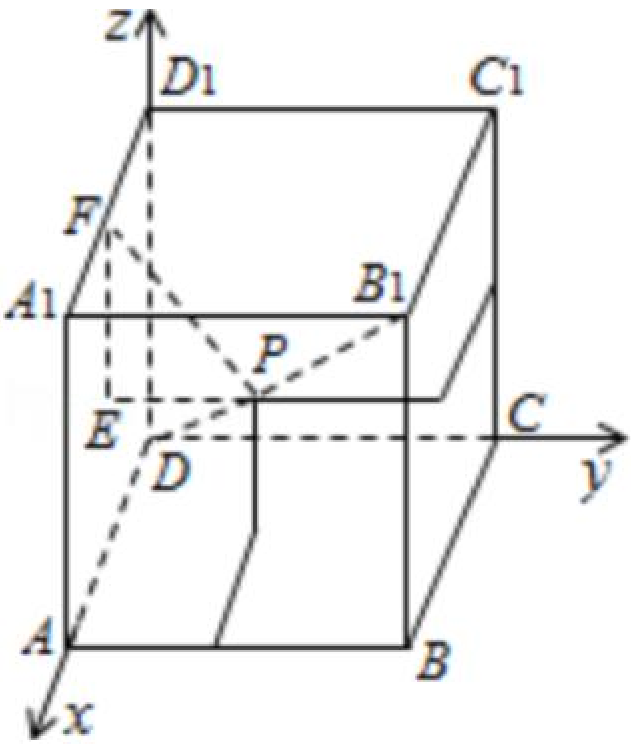
【点评】本题考查三角函数的求值，考查转化思想和运算能力，属于基础题.

25．空间中到正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱 A_1D_1，AB，CC_1 距离相等的点有（　　）

A．无数　　　　B．0　　　　C．2　　　　D．3

【分析】由于点 D、B_1 显然满足要求，猜想 B_1D 上任一点都满足要求，然后证明结论.

【解答】解：在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 上建立如图所示空间直角坐标系，并设该正方体的棱长为 1，连接 B_1D，并在 B_1D 上任取一点 P，因为 $\overrightarrow{DB_1}=(1,\ 1,\ 1)$，



所以设 P（a，a，a），其中 $0\leqslant a\leqslant 1$，

作 $PE\perp$ 平面 A_1D，垂足为 E，再作 $EF\perp A_1D_1$，垂足为 F，

则 PF 是点 P 到直线 A_1D_1 的距离，

所以 $PF=\sqrt{a^2+(1-a)^2}$，

同理点 P 到直线 AB、CC_1 的距离也是 $\sqrt{a^2+(1-a)^2}$，

所以 B_1D 上任一点与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距

离都相等，

所以与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离相等的点有无数个.

故选：A.

【点评】本题主要考查合情推理的能力及空间中点到线的距离的求法，考查了推理论证能力，属于中档题.

26．$a>b>0$，则 $a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}$ 最小值为（　　）

A．$2\sqrt{3}$　　B．$\frac{3\sqrt{10}}{2}$　　C．$3\sqrt{2}$　　D．4

【分析】利用基本不等式可解.

【解答】解：$\because a>b>0$，则 $a+\frac{4}{a+b}+\frac{1}{a-b}=\frac{a+b}{2}+\frac{4}{a+b}+\frac{a-b}{2}+\frac{1}{a-b}\geqslant$ $2\sqrt{\frac{a+b}{2}\cdot\frac{4}{a+b}}+2\sqrt{\frac{a-b}{2}\cdot\frac{1}{a-b}}=3\sqrt{2}$，

当且仅当 $\begin{cases}a+b=2\sqrt{2}\\a-b=\sqrt{2}\end{cases}$，即 $a=\frac{3\sqrt{2}}{2}$，$b=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号.

故选：C.

【点评】本题考查基本不等式相关知识，属于基础题.

27．多项式 $f(x)$，$g(x)$，问两命题“$f(x)$ 是 $g(x)$ 因式”，“$f(f(x))$ 是 $g(g(x))$ 因式”充分必要关系.

【分析】根据充分条件和必要条件的定义进行判断即可.

【解答】解：不充分反例：设 $f(x)=x-1$，$g(x)=x(x-1)$，

故 $f(f(x))=x-2$，$g(g(x))=x(x-1)(x^2-x-1)$，故不充分，

不必要反例：设 $f(x)=x+\frac{1}{2}$，$g(x)=x(x-1)$，

故 $f(f(x))=x+1$，$g(g(x))=x(x+1)(x^2+x+1)$，故不必要.

∴“$f(x)$ 是 $g(x)$ 因式”是“$f(f(x))$ 是 $g(g(x))$ 因式”的既不充分也不必要条件.

【点评】本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据充分条件和必要条件的定义是解决本题的关键.

28．等势集合指两个集合间一一对应，下列为等势集合的是（　　）

A．$[0，1]$与$\{E|0\leqslant E\leqslant 1\}$　　B．$[0，1]$与$\{a，b，c，d\}$

C.（0，1）与[0，1]　　　　　　　　D．{1，2，3}与{a，b，c，d}

【分析】根据等势集合的定义，即可解出．

【解答】解：根据等势集合的定义可判断选项 A 正确，

选项 B、C、D 错误，

故选：A．

【点评】本题考查了等势集合的定义，学生的逻辑推理能力，属于基础题．

29．$f(x)=lnx-mx^2+(1-2m)x+1$，对$\forall x>0$，$f(x)\leqslant 0$，求整数 m 的最小值．

【分析】结合函数解析式的特征分别考查 $m=0$ 和 $m=1$ 两种情况即可求得整数 m 的最小值．

【解答】解：当 $m=0$ 时，$f(x)=lnx+x+1$，此时 $f(1)>0$ 不合题意，

当 $m=1$ 时，$f(x)=lnx-x^2-x+1$，

$f'(x)=\frac{1}{x}-2x-1=\frac{2x^2+x-1}{-x}=\frac{(x+1)(2x-1)}{-x}$，

当 $0<x<\frac{1}{2}$时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

当 $x>\frac{1}{2}$时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，

函数的最大值为 $f(\frac{1}{2})=\ln\frac{1}{2}-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1=\ln\sqrt[4]{e}-\ln\sqrt[4]{16}<0$，

即 $m=1$ 满足题意，

下面证明当 $m\geqslant 1$ 时，$f(x)\leqslant 0$ 对 $x>0$ 恒成立，

由于 $f(x)\leqslant(x-1)-mx^2+(1-2m)x+1=-mx^2+(1-2m)x$，

其对称轴为 $x=\frac{1-2m}{2m}=\frac{1}{2m}-1<0$，

故当 $x>0$ 时，$f(x)<0$，

综上可得，整数 m 的最小值为 1．

【点评】本题主要考查利用导数研究不等式恒成立问题，利用导数研究函数的单调性与函数的最值等知识，属于中等题．

30．数列$\{a_n\}$，$a_1=2$，$a_2=6$，$a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$，求$\sum\limits_{i=1}^{2022}\frac{1}{a_i}$.

【分析】变形可得$(a_{n+2}-a_{n+1})-(a_{n+1}-a_n)=2$，设 $b_n=a_{n+1}-a_n$，可得数列$\{b_n\}$是首项为 4，公差为 2 的等差数列，根据等差数列的通项公式求得 b_n，再利用累加法求得

a_n，然后由裂项求和法，得解．

【解答】解：因为 $a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=2$，所以（$a_{n+2}-a_{n+1}$）－（$a_{n+1}-a_n$）＝2，

设 $b_n=a_{n+1}-a_n$，则 $b_{n+1}-b_n=2$，且 $b_1=a_2-a_1=6-2=4$，

所以数列$\{b_n\}$是首项为 4，公差为 2 的等差数列，

所以 $b_n=4+(n-1)\times2=2(n+1)$，

所以 $a_{n+1}-a_n=2(n+1)$，

所以 $a_n=(a_n-a_{n-1})+(a_{n-1}-a_{n-2})+\cdots+(a_2-a_1)+a_1=2n+2(n-1)+\cdots+(6-2)+2$

$=2[n+(n-1)+\cdots+2+1]=2\times\frac{(n+1)\times n}{2}=n(n+1)$，

所以$\frac{1}{a_n}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，

所以$\sum\limits_{i=1}^{2022}\frac{1}{a_i}=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{2022}-\frac{1}{2023})=1-\frac{1}{2023}=\frac{2022}{2023}$.

【点评】本题考查数列的求和，根据数列递推式，构造新数列，熟练掌握累加法，裂项求和法是解题的关键，考查逻辑推理能力和运算能力，属于中档题．

31．椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{9}=1(a>3)$，弦 AB 中垂线过$(-\frac{a}{5}, 0)$，求离心率 e 的取值范围．

【分析】设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，$x_1\neq x_2$，则$\begin{cases}(x_1+\frac{a}{5})^2+y_1^2=(x_2+\frac{a}{5})^2+y_2^2\\ \frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，

整理化简得 $x_1+x_2=\frac{2a^3}{5(b^2-a^2)}$，再由 $-2a<x_1+x_2<2a$ 即可求出结果．

【解答】解：设 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，$x_1\neq x_2$，令 $b^2=9$，

则$\begin{cases}(x_1+\frac{a}{5})^2+y_1^2=(x_2+\frac{a}{5})^2+y_2^2\\ \frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1\end{cases}$，即$\begin{cases}x_1^2-x_2^2+y_1^2-y_2^2=\frac{2a}{5}(x_2-x_1)\\ y_1^2=b^2-\frac{b^2}{a^2}x_1^2\\ y_2^2=b^2-\frac{b^2}{a^2}x_2^2\end{cases}$，

$\therefore\frac{2a}{5}(x_2-x_1)=(x_1^2-x_2^2)(1-\frac{b^2}{a^2})$，

$\therefore x_1+x_2=\frac{2a^3}{5(b^2-a^2)}$，

$\because -a\leqslant x_1\leqslant a$，$-a\leqslant x_2\leqslant a$，

$\therefore -2a<x_1+x_2<2a$，

则$\frac{2a^3}{5(b^2-a^2)}>-2a$，即$\frac{b^2}{a^2}<\frac{4}{5}$，

$\therefore e^2=1-\frac{b^2}{a^2}>\frac{1}{5}$，又$0<e<1$，

$\therefore\frac{\sqrt{5}}{5}<e<1$，

即离心率e的取值范围（$\frac{\sqrt{5}}{5}$，1）.

【点评】本题主要考查了椭圆的性质，属于中档题.

32．椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的焦点为F_1，F_2，点P在$x+2\sqrt{3}y-4\sqrt{3}=0$上，当$\angle F_1PF_2$最大时，则$\frac{PF_1}{PF_2}=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{15}}{3}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{15}}{5}$

【分析】由平面几何知识可得当过F_1与F_2的圆与直线$x+2\sqrt{3}y-4\sqrt{3}=0$相切时，切点P满足$\angle F_1PF_2$最大，此时圆心A在y轴上，设A（0，t），则圆的半径$r=AP=AF_2$，又$\angle BPF_2=\angle BF_1P$，从而得$\triangle\angle BPF_2\backsim\triangle BF_1P$，从而得$\frac{PF_1}{PF_2}=\frac{PB}{BF_2}=\frac{\sqrt{AB^2-AP^2}}{BF_2}=$

$\frac{\sqrt{AB^2-(AF_2)^2}}{BF_2}$，再计算即可得解．

【解答】解：由题意可得 F_2（$\sqrt{3}$，0），

且直线 $x+2\sqrt{3}y-4\sqrt{3}=0$与 x 轴的交点 B 为（$4\sqrt{3}$，0），

由平面几何知识可得：

当过 F_1 与 F_2 的圆与直线 $x+2\sqrt{3}y-4\sqrt{3}=0$相切时，切点 P 满足∠F_1PF_2 最大，

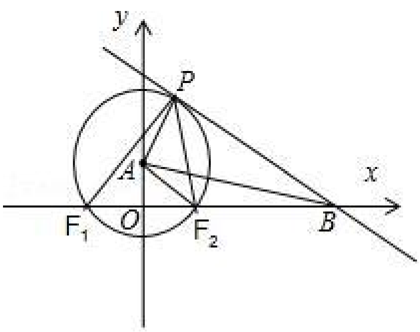
此时圆心 A 在 y 轴上，设 A（0，t），则圆的半径 $r=AP=AF_2$，

又∠BPF_2＝∠BF_1P，∴△BPF_2∽△BF_1P，

$$\therefore \frac{PF_1}{PF_2}=\frac{PB}{BF_2}=\frac{\sqrt{AB^2-AP^2}}{BF_2}=\frac{\sqrt{AB^2-(AF_2)^2}}{BF_2}$$

$$=\frac{\sqrt{(4\sqrt{3})^2+b^2-(\sqrt{3})^2-b^2}}{4\sqrt{3}-\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}.$$

故选：A．



【点评】本题考查椭圆的性质，平面几何知识，属中档题．

33．△ABC 中，$A=3B=9C$，$\cos A\cos B+\cos B\cos C+\cos C\cos A=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$-\frac{1}{4}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

【分析】运用三角函数积化和差公式，得到角为等差数列的余弦和，即可求解．

【解答】解：∵△ABC 中，$A=3B=9C$，$C=\frac{\pi}{13}$，

$\therefore \cos A\cos B+\cos B\cos C+\cos C\cos A=\frac{1}{2}[\cos(A+B)+\cos(A-B)+\cos(C+B)+\cos(B-C)+\cos(A+C)+\cos(A-C)]$

$=\frac{1}{2}[\cos 2C+\cos 4C+\cos 6C+\cos 8C+\cos 10C+\cos 12C]=\frac{1}{2}[\cos\frac{2\pi}{13}+\cos\frac{4\pi}{13}+\cos\frac{6\pi}{13}+\cos\frac{8\pi}{13}+\cos\frac{10\pi}{13}+\cos\frac{12\pi}{13}]$，

又 $\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{2\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{3\pi}{13}-\sin\frac{\pi}{13}]$,

$\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{4\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{5\pi}{13}-\sin\frac{3\pi}{13}]$,

$\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{6\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{7\pi}{13}-\sin\frac{5\pi}{13}]$,

$\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{8\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{9\pi}{13}-\sin\frac{7\pi}{13}]$,

$\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{10\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{11\pi}{13}-\sin\frac{9\pi}{13}]$,

$\sin\frac{\pi}{13}\cos\frac{12\pi}{13}=\frac{1}{2}[\sin\frac{13\pi}{13}-\sin\frac{11\pi}{13}]$,

上述各式相加得，$\cos\frac{2\pi}{13}+\cos\frac{4\pi}{13}+\cos\frac{6\pi}{13}+\cos\frac{8\pi}{13}+\cos\frac{10\pi}{13}+\cos\frac{12\pi}{13}=-\frac{1}{2}$,

故选：B.

【点评】本题考查了三角变换求值，对角为等差数列的余弦和一般乘以角的正弦累加即可，是中档题.

34．8 个点将半圆分成 9 段弧，以 10 个点（包括 2 个端点）为顶点的三角形中钝角三角形有（　　）个

A．55　　B．112　　C．156　　D．120

【分析】根据题意，用排除法分析，先利用组合数公式计算其中三角形的数目，排除其中直角三角形的数目，计算可得答案.

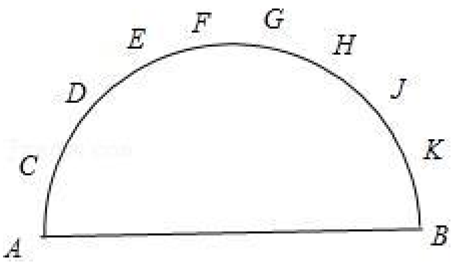
【解答】解：根据题意，如图：在 10 个点中，任意三点不共线，

在其中任取 3 个点，可以组成 $C_{10}^{3}=120$ 个三角形，

其中没有锐角三角形，直角三角形有 8 个，（包含 AB 两点在内 8 个三角形），

则钝角三角形有 $120-8=112$ 个.

故选：B.



【点评】本题考查排列组合的应用，涉及圆周角定理，属于基础题.

35. $a_0=\frac{1}{4}$，$a_{n+1}=a_n^2+a_n$，求 $[\sum_{i=0}^{2022}\frac{1}{a_i+1}]$的值.

【分析】易知 $a_{n+1}=a_n$（a_n+1），可得$\frac{1}{a_n+1}=-\frac{1}{a_{n+1}}+\frac{1}{a_n}$，再采用裂项求和法，推出$\sum_{i=0}^{2022}\frac{1}{a_i+1}=4-\frac{1}{a_{2023}}$，然后求得 $0<\frac{1}{a_{2023}}<1$，即可得解.

【解答】解：因为 $a_{n+1}=a_n^2+a_n=a_n$（a_n+1），

所以$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{a_n(a_n+1)}=\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_n+1}$，即$\frac{1}{a_n+1}=-\frac{1}{a_{n+1}}+\frac{1}{a_n}$，

所以$\sum_{i=0}^{2022}\frac{1}{a_i+1}=\frac{1}{a_0+1}+\frac{1}{a_1+1}+\cdots+\frac{1}{a_{2022}+1}$

$=(-\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_0})+(-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_1})+\cdots+(-\frac{1}{a_{2023}}+\frac{1}{a_{2022}})$

$=\frac{1}{a_0}-\frac{1}{a_{2023}}=4-\frac{1}{a_{2023}}$，

因为 $a_{n+1}=a_n^2+a_n>a_n$，所以$\frac{1}{a_{n+1}}<\frac{1}{a_n}$，且 $a_5>1$，

所以 $a_{2023}>1$，所以 $0<\frac{1}{a_{2023}}<1$，

所以 $[\sum_{i=0}^{2022}\frac{1}{a_i+1}]=[4-\frac{1}{a_{2023}}]=3$.

【点评】本题考查数列的求和，熟练掌握裂项求和法是解题的关键，考查逻辑推理能力和运算能力，属于中档题.

36. $f(x)=|x|+2x+1+3^x$ 的反函数为 $g(x)$，$(g(x^2))^2=1$ 的根有（　　）个

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

【分析】由 $(g(x^2))^2=1$ 求得 $g(x^2)=\pm1$，根据反函数的定义列方程求解即可.

【解答】解：因为 $(g(x^2))^2=1$，所以 $g(x^2)=\pm1$，

当 $g(x^2)=1$ 时，$f(1)=1+2+1+3=7$，令 $x^2=7$，解得 $x=\pm\sqrt{7}$；

当 $g(x^2)=-1$ 时，$f(-1)=1-2+1+3^{-1}=\frac{1}{3}$，令 $x^2=\frac{1}{3}$，解得 $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$；

所以方程 $(g(x^2))^2=1$ 的根有 4 个.

故选：D.

【点评】本题考查了反函数的定义与应用问题，也考查了分类讨论思想，是基础题.

37. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(5-x)-3}{x-2}=2$，$f(3)=3$，$f(x)$ 在（3，$f(3)$）处切线方程为（　　）

A．$2x+y+9=0$　　B．$2x+y-9=0$　　C．$-2x+y+9=0$　　D．$-2x+y-9=0$

【分析】根据已知条件，结合导数的几何意义，求出 $f'(3)=-2$，再结合直线的点斜式公式，即可求解．

【解答】解：∵ $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(5-x)-3}{x-2}=2$，$f(3)=3$，令 $\triangle x=x-2$，

∴ $\lim\limits_{\triangle x\to 0}\frac{f(3-\triangle x)-f(3)}{\triangle x}=-\lim\limits_{\triangle x\to 0}\frac{f(3-\triangle x)-f(3)}{-\triangle x}=-f'(3)=2$，解得 $f'(3)=-2$，

∴$f(x)$ 在（3，$f(3)$）处切线方程为 $y-3=-2(x-3)$，即 $2x+y-9=0$．

故选：B．

【点评】本题主要考查导数的几何意义，考查转化能力，属于基础题．